

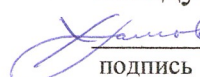
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –  
филиал Сибирского федерального университета

Высшей математики, информатики и естествознания  
кафедра

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 Л.Н. Храмова  
подпись      инициалы, фамилия


« 11 » 06 2021 г.

### БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
код-наименование направления

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ КАК СРЕДСТВО ОРГАНИЗАЦИИ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ  
ШКОЛЫ


Руководитель

  
подпись, дата

доцент, канд. пед. наук  
должность, ученая степень

Т.В. Захарова  
инициалы, фамилия

Выпускник

  
подпись, дата

А.Д. Полонянкина  
инициалы, фамилия

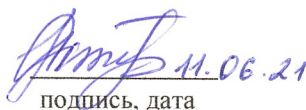
Лесосибирск 2021

Продолжение титульного листа БР по теме: «Алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся основной школы»

Консультанты по  
разделам:

_____	_____	_____
наименование раздела	подпись, дата	инициалы, фамилия
_____	_____	_____
наименование раздела	подпись, дата	инициалы, фамилия

Нормоконтролер

  
подпись, дата

С.С. Ахтамова  
инициалы, фамилия

## РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ КАК СРЕДСТВО ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ» содержит 52 страницы текстового документа, 44 использованных источника, 8 таблиц.

ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ, ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ, ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА.

Актуальность исследования определяется выходом на первый план личностных характеристик учащегося, преобладанием гуманитарной направленности преподавания. Математическое образование становится практико-ориентированным, больше внимания уделяется практическому значению математики для ученика.

Цель исследования – проанализировать и систематизировать алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся основной школы.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – алгебраический материал, представленный в форме исследовательских задач в основной школе.

Основные задачи исследования:

1. Раскрыть понятие и виды исследовательской деятельности;
2. Рассмотреть виды исследовательских задач и приемы их составления;
3. Разработать и организовать констатирующий эксперимент по теме исследования;
4. Разработать и апробировать методику применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся.

В результате исследования были рассмотрены основные понятия и определения исследовательской деятельности, алгебраический материал в виде исследовательских задач, методика применения исследовательских задач как средство организации исследовательской деятельности учащихся.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1 Теоретические аспекты организации исследовательской деятельности.....	8
1.1 Исследовательская деятельность: основные факты и термины.....	8
1.2 Исследовательские задачи как средство организации исследовательской деятельности учащихся.....	16
2 Методические аспекты организации исследовательской деятельности.....	25
2.1 Организация и методы исследования. Анализ и интерпретация результатов констатирующего эксперимента .....	25
2.2 Алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся в основной школе .....	29
2.3 Методика применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся .....	33
Заключение .....	46
Список использованных источников .....	49

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время развитие общества не стоит на месте, изменения и преобразования происходят во всех сферах человеческой жизни. Одним из направлений модернизации является образование. На первый план выходят личностные характеристики учащегося, преобладает гуманитарная направленность преподавания. Математическое образование становится практико-ориентированным, больше внимания уделяется практическому значению математики для ученика.

Еще три века назад английским философом Д. Локком в своих работах было отмечено, что математика способствует развитию умственных способностей [22]. Сложно не согласиться, ведь обучение математике, действительно, способствует развитию интеллекта учащихся, открывает новые возможности в освоении новых знаний, оказывает воздействие на формирование компонентов и качество мышления. В большей степени, это влияние на развитие абстрактного и логического мышления учащихся, приобретение умения действий по алгоритму, и одновременно – получение опыта исследовательской деятельности.

На наш взгляд, наиболее эффективным способом формирования исследовательской деятельности в математике выступает использование исследовательских задач в учебном процессе, при решении которых учащийся приобретает опыт математического исследования.

Все вышесказанное подтверждает актуальность темы данной работы «Алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся основной школы».

Цель исследования – проанализировать и систематизировать алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся основной школы.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – алгебраический материал, представленный в форме исследовательских задач в основной школе.

Для достижения цели, были поставлены следующие задачи:

1. Раскрыть понятие и виды исследовательской деятельности;
2. Рассмотреть виды исследовательских задач и приемы их составления;
3. Разработать и организовать констатирующий эксперимент.
4. Разработать и апробировать методику применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся.

Методы исследования:

1. Теоретический анализ учебной и учебно-методической литературы;
2. Обобщение передового педагогического опыта;
3. Метод сбора эмпирических данных: анкетирование;
4. Методы интерпретации и описание данных: качественный и количественный анализ результатов исследования.

Методической основой выступили труды отечественных ученых: В.А. Далингера[9], И.А. Лернера[21], А.В. Леонтовича[19], А.В. Усовой [40], С.Ф. Митенёвой[31].

Экспериментальная база исследования: Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Основная общеобразовательная школа №5 города Лесосибирска».

Этапы исследования:

Первый этап (сентябрь – ноябрь 2020) анализ литературы по теме исследования, определение цели, объекта, предмета, постановка задач. Подготовка экспериментального исследования.

Второй этап (декабрь 2020) организация и проведение констатирующего эксперимента, с целью выявления причин затруднений в организации исследовательской деятельности учащихся в основной школе.

Третий этап (январь 2021) анализ и интерпретация результатов первичной диагностики.

Четвертый этап (февраль – март 2021) разработка методики применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся; подготовка проекта выпускной квалификационной работы.

Теоретическая значимость состоит в том, что разработана методика применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся; проанализирован, обобщен, систематизирован найденный материал по теме исследования, который может быть использован студентами при написании курсовых работ.

Практическая значимость определяется возможностью применения разработанных исследовательских задач в организации исследовательской деятельности учащихся.

По результатам исследования опубликована статья по теме «Алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся в основной школе» приняла участие во Всероссийском конкурсе научно-исследовательских работ «Надежды России» и награждена дипломом 1 степени. Также по результатам исследования был подготовлен доклад по теме «Алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся в основной школе» и принял участие в научно-практической конференции ЛПИ-филиала СФУ, где занял 2 место.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, 44 наименований использованных источников.

# 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

## 1.1 Исследовательская деятельность: основные факты и термины.

Изучив нормативно-правовые документы, такие как федеральный государственный образовательный стандарт третьего поколения [41], федеральный закон «Об Образовании в Российской Федерации» [42] и проанализировав психолого-педагогическую литературу авторов: А.Н. Леонтьева [20], Л.В. Занкова [10], Л.С. Выготского [3]. Остановимся на одном из важных элементов жизни человека таком, как деятельность.

Рассмотрим трактовки определения «деятельность», сформулированные разными учеными (рисунок 1).

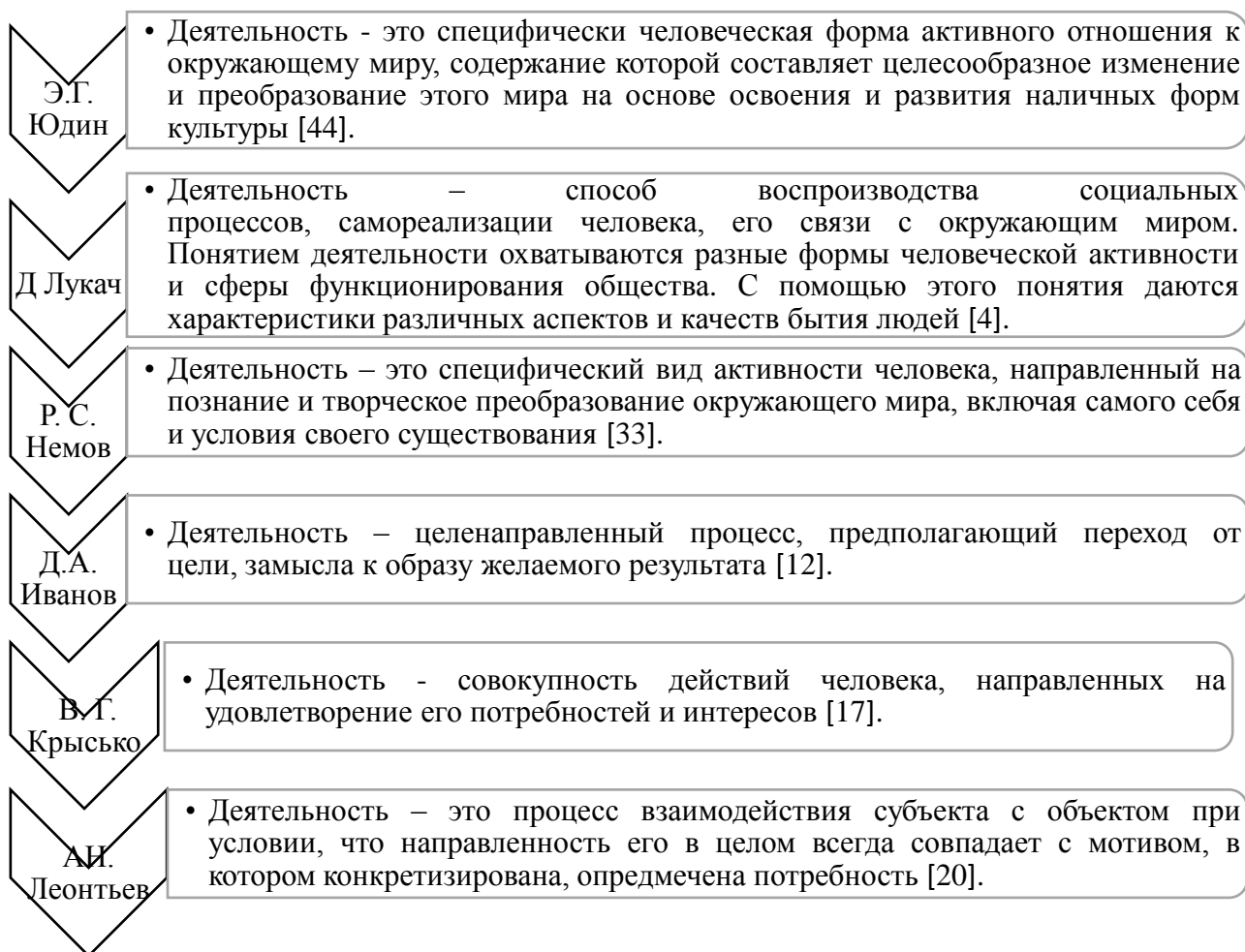


Рисунок 1 – Трактовки понятия «деятельность» с позиции современных авторов



Проанализировав трактовки вышеприведенных определений термина, «деятельность» может быть определена через такие понятия, как «форма», «способ», «принцип», «система», «процесс». В выпускной квалификационной работе остановимся на определении В.Г. Крысько и таким образом будем рассматривать деятельность как совокупность действий человека, направленных на удовлетворение его потребностей и интересов [17, с. 54]. Перейдем от данного понятия к структуре деятельности.

Деятельность предполагает наличие следующих компонентов (рисунок 2) [44, с. 34].



Рисунок 2 – Компоненты деятельности

Взаимосвязь этих компонентов обеспечивает целостность деятельности. И если в действительности отсутствует хотя бы один компонент, то невозможно утверждать, что деятельность осуществляется. Любой из компонентов деятельности может варьироваться в зависимости от вида деятельности. Рассмотрим классификацию деятельности при обучении математике основанную на разделении задач, которые ставит перед собой учитель и учащиеся (рисунок 3) [44, с 65].

В зависимости от целей	<ul style="list-style-type: none"> <li>• конкретно-практическая</li> <li>• учебная</li> </ul>
В зависимости от результата деятельности	<ul style="list-style-type: none"> <li>• продуктивная</li> <li>• непродуктивная</li> </ul>
По новизне результата деятельности	<ul style="list-style-type: none"> <li>• творческая</li> <li>• репродуктивная</li> </ul>
По характеру выбора действия	<ul style="list-style-type: none"> <li>• проектировочная</li> <li>• исполнительная</li> </ul>
По предмету деятельности (математика)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• математическая</li> <li>• нематематическая (оформление решения, анализ готового решения и т.д.)</li> </ul>
По средствам деятельности	<ul style="list-style-type: none"> <li>• игровая</li> <li>• неигровая</li> </ul>
По содержанию действий, которые осуществляют учащиеся	<ul style="list-style-type: none"> <li>• исследовательская</li> <li>• неисследовательская</li> </ul>

Рисунок 3 – Классификация видов деятельности

Проанализировали различные определения термина «деятельность» и выявив основные компоненты и систематизировав виды деятельности в зависимости от поставленных задач в математике, подробно изучим такой вид деятельности – как исследовательская.

Б.А. Викал в своей работе определяет под исследовательской деятельностью учащихся – деятельность, направленную на приобретение нового знания и осуществимую не по строгому предписанию, а на основе самоорганизации, понимая под последней способность рационально планировать свою деятельность, осуществлять самоконтроль, регулирование, способность пересмотреть и изменить свои представления об объектах, включенных в деятельность[2].

Под исследовательской деятельностью будем понимать процесс поиска ещё неизвестного решения учеником, заранее не имеющего определенного алгоритма действий, в результате чего у учащегося формируются новые знания. Исследовательская деятельность является одной из видов творческой

деятельности, так как в её результате формируется что-то новое. Из данного определения вытекает, что исследовательская деятельность является также разновидностью учебной деятельности, так как направлена на приобретение знаний и совершенствования личности учащегося.

Рассмотрим подробнее признаки исследовательской деятельности, которые выделил В.А. Далингер[9, с. 72] в своей работе (рисунок 4).



Рисунок 4 – Основные признаки исследовательской деятельности

Итак, исследовательская деятельность носит поисковый характер, предполагает совершение исследовательских действий, которые несут субъективный результат, направленный на более глубокое изучение материала.

Перейдем теперь к основным условиям для формирования исследовательских умений учащихся. Н.А. Семенова выделяет ряд условий для успешной реализации исследовательской деятельности учащихся в основной школе [38, с. 4] (рисунок 5).

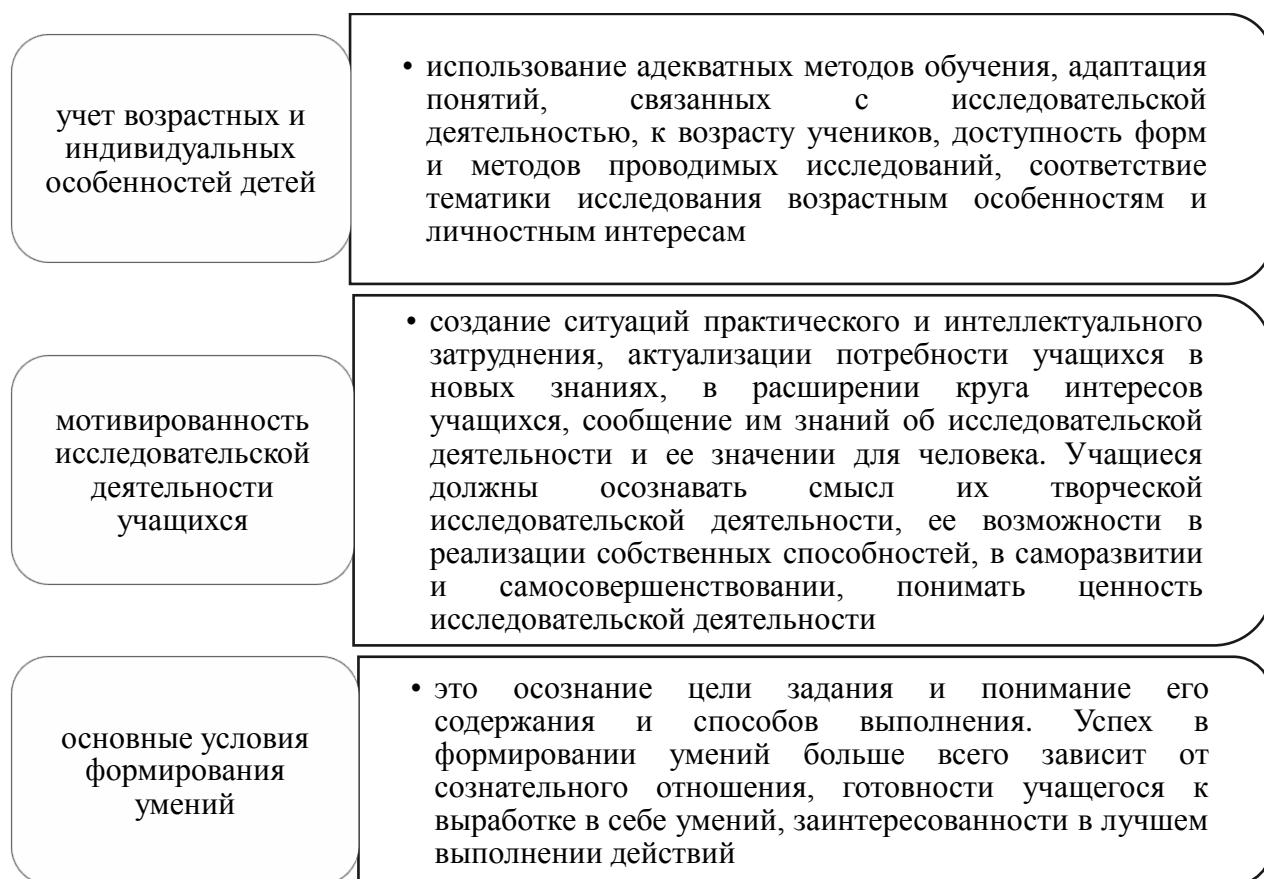


Рисунок 5 – Условия для формирования исследовательских умений учащихся

После создания перечисленных условий по формированию умений учащихся, учителю необходимо грамотно оценить успешность, проделанной работы. При необходимости вносить корректировки в учебный процесс.

Для дифференциации методов работы с учащимися существуют определенные критерии в оценке сформированности умений учащихся, которые указывают на уровни сформированности умений. А.В. Усова[40, с. 43] выделяет три уровня сформированности умений учащихся (рисунок 6).

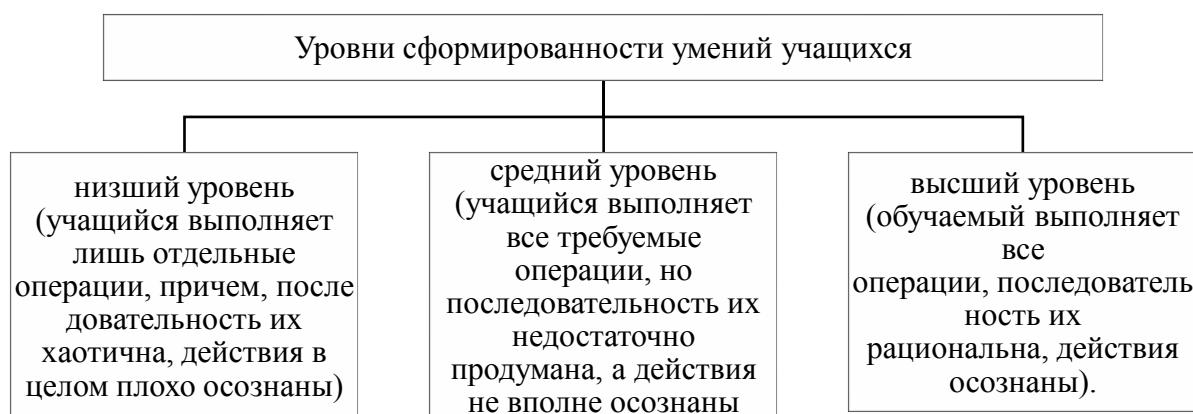


Рисунок 6 – Уровни сформированности умений учащихся

Также рассмотрим уровни сформированности исследовательских умений учащихся по Н.А. Семеновой [38, с. 12](рисунок 7).

Уровни сформированности исследовательских умений учащихся			
<p><b>Исходный уровень.</b></p> <p>Имеющийся уровень, сформировавшийся на основе спонтанного исследовательского опыта и учебных умений, полученных ранее. Низкий уровень проявления интереса к ведению учебной исследовательской работы, отсутствие знаний об исследовательской деятельности, возможна реализация исследовательских действий по аналогии; ученик редко проявляет инициативу и оригинальный подход в учебном исследовании, не высказывает идей, предположений, предложений.</p>	<p><b>Начальный уровень.</b></p> <p>Характеризуется появлением внешних мотивов к ведению исследования, возможностью с помощью учителя находить проблему и предлагать способы ее решения. Ученик способен выполнять элементарные кратковременные исследования по аналогии с помощью учителя. Наблюдается владение основами знаний по организации своей исследовательской работы, некоторыми простыми исследовательскими умениями.</p>	<p><b>Продуктивный уровень.</b></p> <p>Устойчивые внутренние и внешние мотивы к ведению исследовательской работы. Учащийся имеет определенные знания об исследовательской деятельности, владеет многими умениями осуществления учебного исследования (может определить тему, цель, задачи исследования самостоятельно или с помощью учителя, работать с источниками информации). Демонстрирует возможность оригинального подхода к решению проблемы, представлению результатов своей деятельности.</p>	<p><b>Креативный уровень</b></p> <p>Проявляется постоянный интерес к ведению различного рода исследований, возможность самостоятельно и творчески подходить к выбору темы исследования, умение ставить цель, задачи исследования. Находить способы решения поставленных задач. Высокая доля самостоятельности на всех этапах исследования, умение оригинально представить результаты своей деятельности.</p>

Рисунок 7 – Уровни сформированности исследовательских умений учащихся

Исходя из уровня сформированности умений, учащимся подбираются дифференцированные задания. В своей работе С.Л. Белых утверждает, что новое знание может иметь как частный, так и обобщающий характер. Это может быть закономерность, само знание о детали или же о её месте в закономерности. Цель исследовательской деятельности в учебном процессе – повысить уровень сформированности исследовательских умений у учащихся.

Данная цель может быть реализована через более частные цели, которые вытекают из анализа содержания исследовательской деятельности: получение

новых знаний; активизация личностной позиции, развитие познавательной мотивации; развитие умения работы с новой информацией; развитие исследовательских действий, направленных на получение знаний. В процессе реализации исследовательской деятельности в школе у учащихся формируется умение видеть проблему, выдвигать различные гипотезы по её решению.

В среднем школьном возрасте процесс целеполагания включает в себя сосредоточенность внимания учащихся, преднамеренное запоминание информации, умение самостоятельно организовывать учебную работу. Учащиеся учатся самостоятельно ставить перед собой задачи и находить их способы решения.

Исходя из перечисленных целей и требований Федерального государственного образовательного стандарта общего образования третьего поколения [41], определим следующие задачи исследовательской деятельности ученика (рисунок 8).

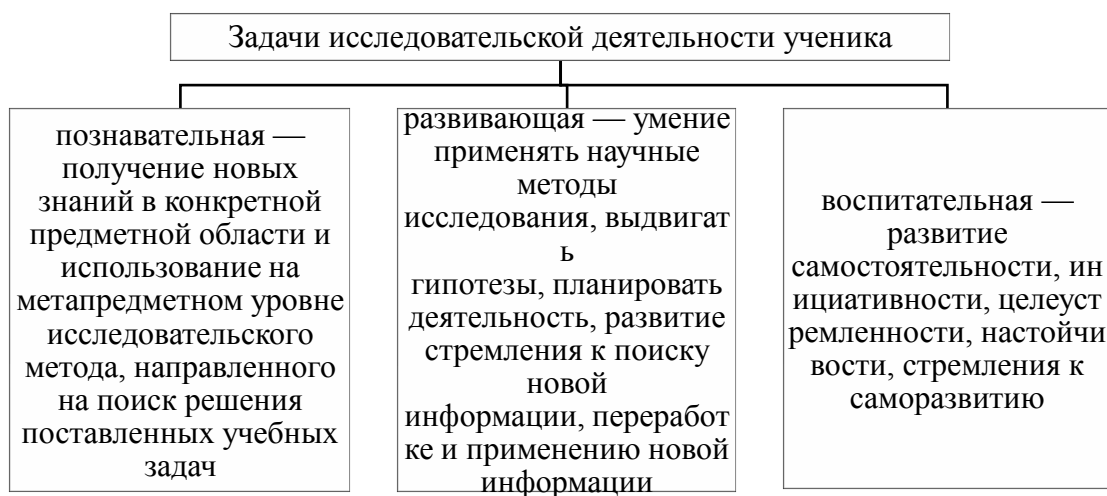


Рисунок 8 – Задачи исследовательской деятельности ученика

Задачи исследовательской деятельности служат для достижения результатов образования. Для достижения поставленных задач существуют различные виды исследовательской деятельности: учебно-исследовательская, научно-исследовательская и проектно-исследовательская деятельность в соответствии с рисунком 9.

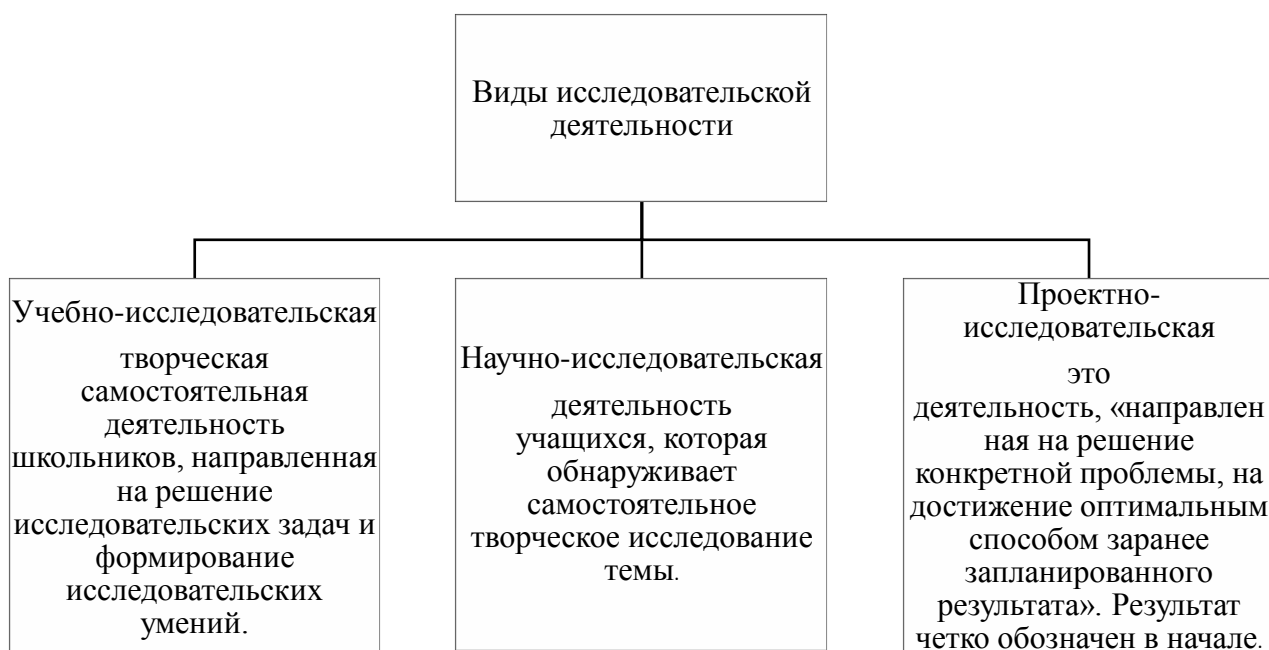


Рисунок 9 – Виды исследовательской деятельности

Рассмотрим более подробно цели исследовательской деятельности, исходя из её вида и отметим особенности организации в школе (рисунок 10).

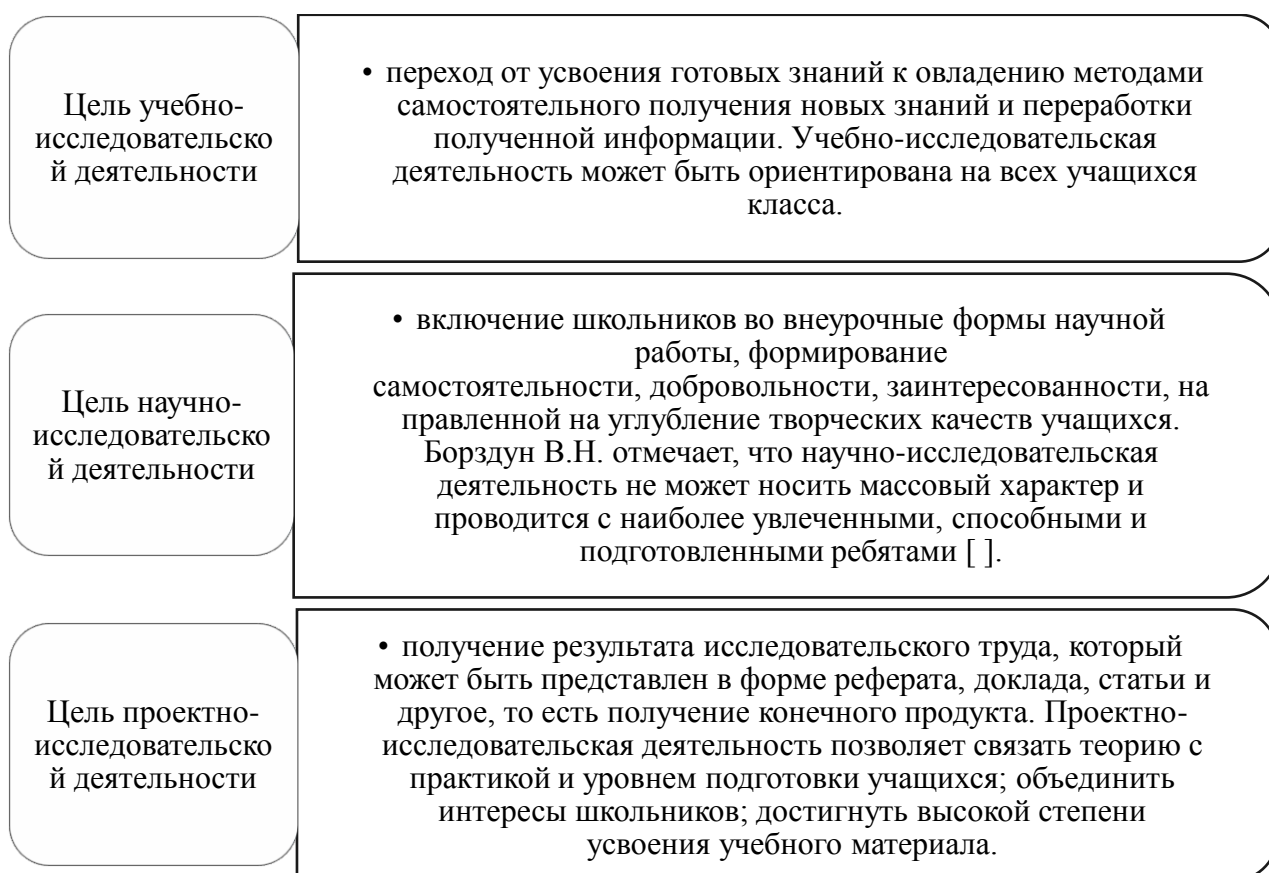


Рисунок 10 – Цели исследовательской деятельности

Рассмотренные виды исследовательской деятельности являются ключевыми в школе. Исследовательская деятельность оказывает позитивное влияние на формировании личности учащегося. При организации исследовательской деятельности необходимо учитывать требования возрастной психологии, выбор тематики исходя из основной рабочей программы образования, характер исследования должен быть интересным для учащегося и доступны в реализации, объем работы также имеет временные ограничения. Важно отметить, что не любая исследовательская задача может быть реализована в рамках учебном процесса.

Исследовательская деятельность учащихся должна быть включена в учебный процесс, как средство по реализации задач обучения, воспитания и развития личности в современной школе. Исследовательская деятельность выполняет функцию трансляции норм и ценностей научного сообщества в систему образования, что способствует интеллектуальному развитию потенциала общества. Учащиеся знакомятся с этапами исследования, отмечают важность науки в современном обществе.

Таким образом, существуют различные виды деятельности, мы остановились на исследовательской деятельности. Исследовательская деятельность предполагает ряд особенностей, она предполагает поисковый характер и направлена на развитие личности учащегося. Существуют различные виды исследовательской деятельности в современной школе, которые служат для реализации основных целей образования.

## **1.2 Исследовательские задачи как средство организации исследовательской деятельности учащихся**

Средства обучения исследовательской деятельности школьников могут быть различными. Ключевыми, с нашей точки зрения, являются исследовательские задачи. Проанализируем различные трактовки понятия «исследовательской задачи» различных авторов (рисунок 11).



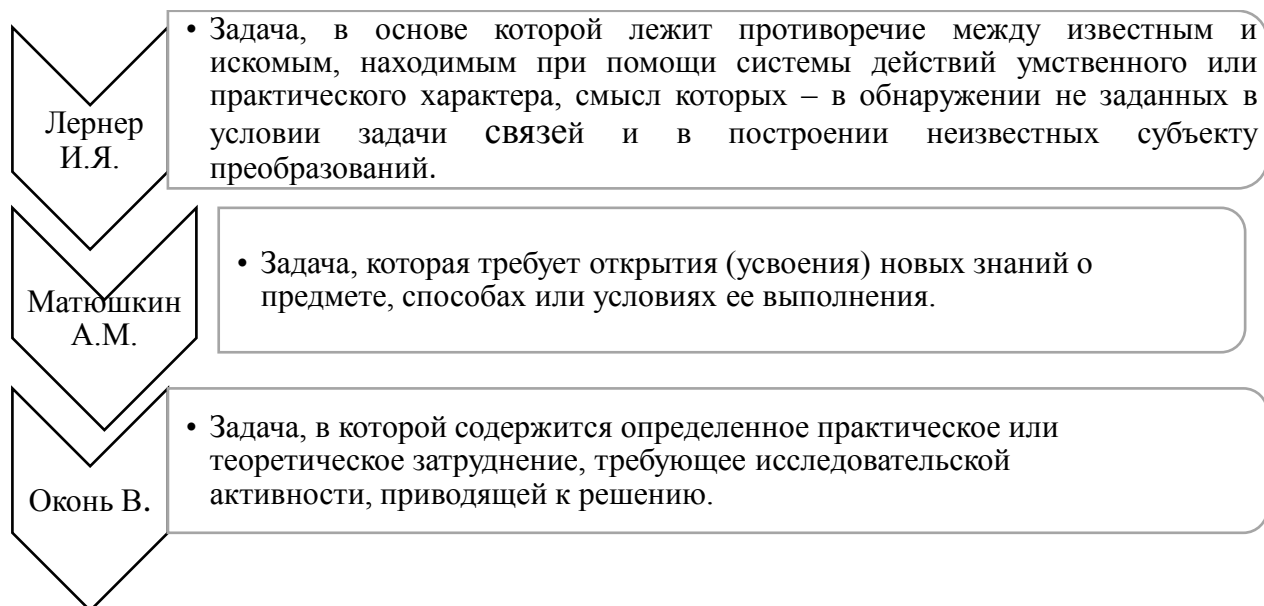


Рисунок 11 – Трактовки понятия «исследовательской задачи» отечественных авторов

На наш взгляд, наиболее полным является определение советского педагога И.Я. Лернера, в нашем исследовании мы будем придерживаться его формулировки. На основе анализа научно-методической литературы мы выделим основные признаки исследовательской задачи (рисунок 12).

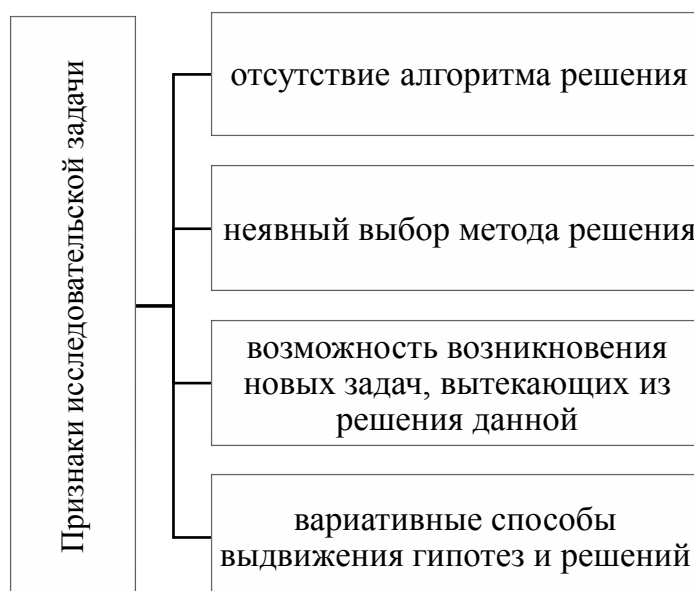


Рисунок 12 – Признаки исследовательской задачи

Применяя выявленные признаки исследовательской задачи, мы можем осуществлять классификацию представленных заданий в материалах учебника.

Исследовательская деятельность учащихся может быть организована при решении исследовательской задачи. В.И. Андреев считает, что при решении исследовательских задач, учащиеся учатся устанавливать закономерность экспериментально наблюдаемых или теоретически анализируемых фактов, в котором учащийся самостоятельно применяет приемы научных методов познания и в результате учащиеся активно приобретают знания и осваивают исследовательские умения.

Существуют различные классификации исследовательской задачи. Исходя из основных характеристик исследовательской задачи, С.Ф. Митенёва выделяет следующие виды исследовательской задачи [31, с. 14] (рисунок 13).

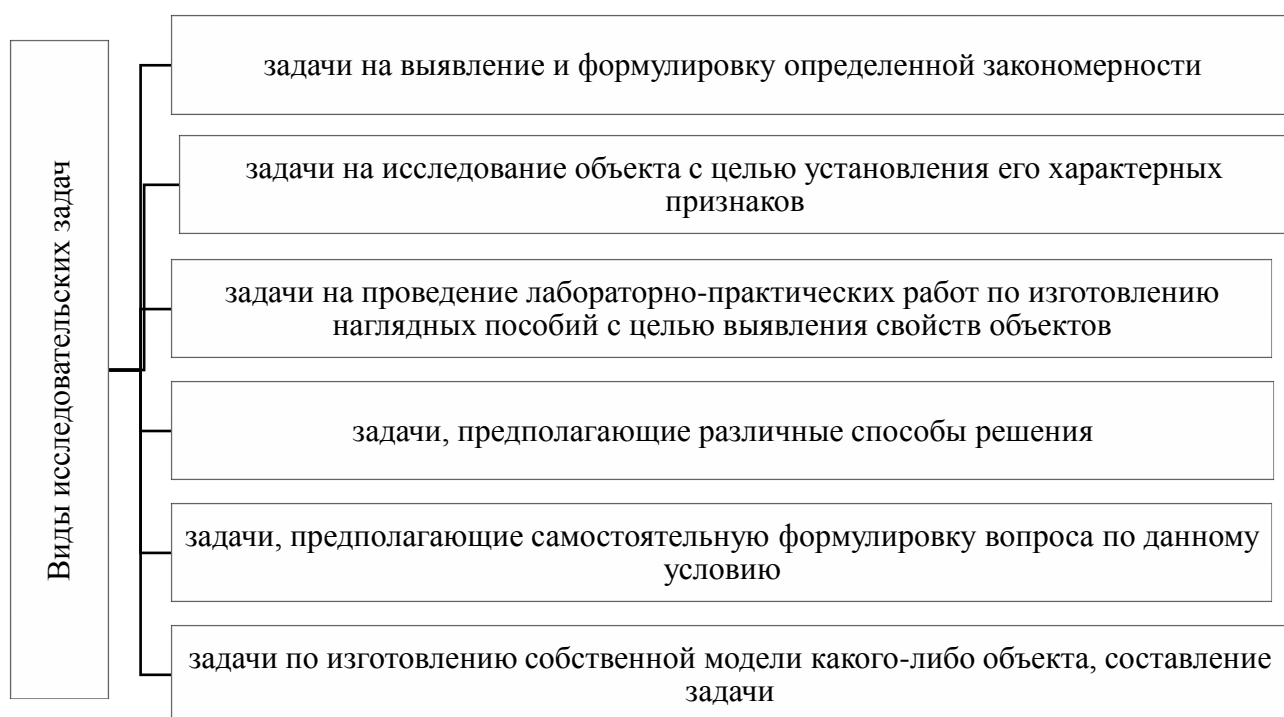


Рисунок 13 – Виды исследовательской задачи

Перечисленные виды исследовательской задачи могут быть включены в учебный процесс в зависимости от изучаемой темы. Например, задачи на выявление и формулировку закономерностей удобно использовать на этапе актуализации знаний учащихся.

Перейдем теперь к числу основных действий, выполняемых при решении исследовательской задачи, предложенных в своей работе В.С. Лазаревым (рисунок 14).

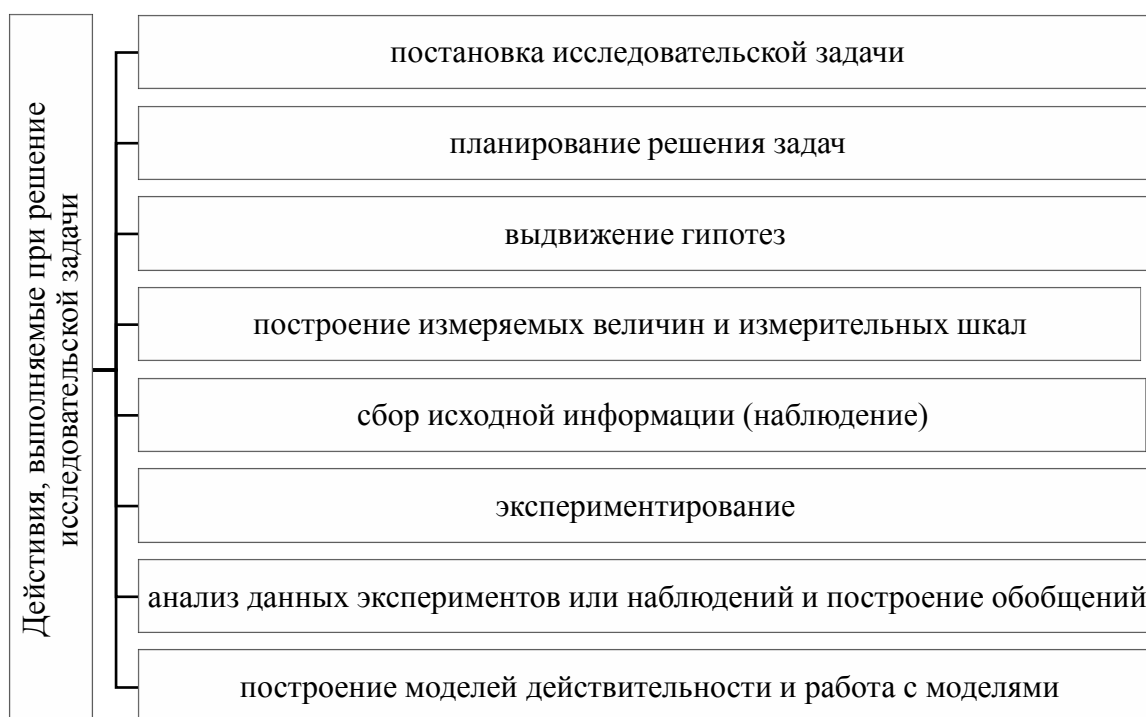


Рисунок 14– Действия, выполняемые при решении исследовательской задачи

Вышеперечисленные действия способствуют организации исследовательской деятельности учащихся. Исследовательская деятельность может быть реализовано поэтапно, включая в себя выполнение каждого действия учащегося представленного на рисунке 14, или же может осуществляться за исключением какого-либо действия.

Исследовательская деятельность учащихся может быть осуществлена на материале любой дисциплины школьного курса. Проведенный В.А. Далингером анализ процесса усвоения математических знаний показал, что исследовательскую деятельность учащихся при изучении математики целесообразно организовывать при осуществлении следующих видов деятельности на уроках [9, с. 98](рисунок 15).



Рисунок 15 – Виды исследовательской деятельности на уроках математики

Отметим, что исследовательские задачи существенно отличаются от традиционных задач уже своей формулировкой. В формулировках исследовательских задач нет явного указания на ответ, учащийся должен самостоятельно найти и обосновать его. Формулировки заданий могут быть такими.

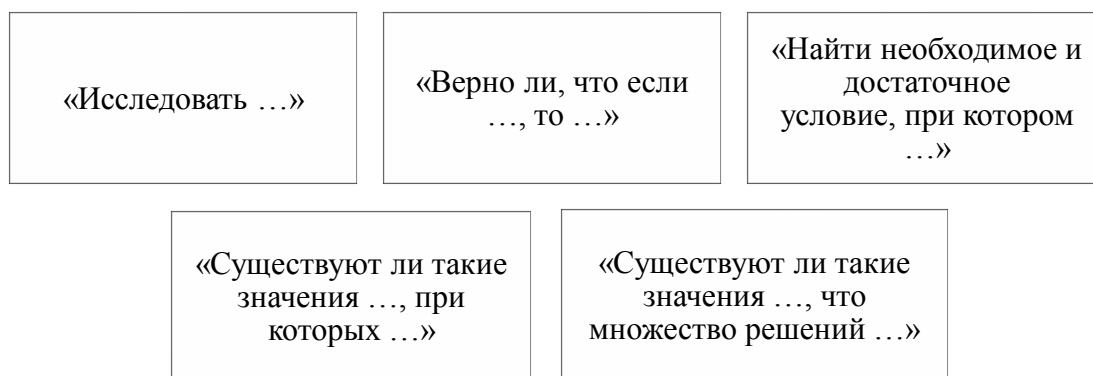


Рисунок 16– Формулировки исследовательской задачи

Сравним структуры типовой и исследовательской задач, выполняемых на уроке (таблица 1).

Таблица 1 – Сравнительный анализ типовой и исследовательской задачи

Критерий	Типовая задача	Исследовательская задача
Формулировка условия	содержит всю необходимую для решения задачи информацию об исходных данных и о том, что требуется получить в результате	вызывает необходимость в получении такого результата, при котором возникает познавательная потребность в новой информации или способе действий
Типовое решение	существует	не существует или оно не известно ученику
План действий ученика	классифицирует задачу (относит ее к тому или иному конкретному виду типовых задач) и реализует алгоритм ее решения	анализирует действия для открытия неизвестного («надо открыть неизвестное, и я это могу»)
Роль ученика	ученик выполняет роль машины (решает задачу по «заложенной в него» программе)	ученик проявляется как личность, его действия зависят, в первую очередь, от его мотивов, способностей
Личностный результат	механическое запоминание.	приобретается личностный опыт.

Из сравнительного анализа типовой и исследовательской задачи вытекают существенные преимущества исследовательской задачи перед типовой в условиях системно-деятельностного подхода.

Таким образом, можно выделить следующие типы исследовательских задач с их характеристикой(таблица 2).

Таблица 2 – Типы исследовательских задач

Задачи, не содержащие требования	
Задачи, в которых по предполагаемым данным нужно отыскать все, что возможно. При решении таких задач важно обратить внимание учащихся на полноту их решения, на различные способы нахождения неизвестных элементов задачи, а также на последовательность построения действий и логику рассуждений каждого учащегося. Основанную на индивидуальном восприятии данной информации, то есть, решая задачу такого типа, учащиеся продвигаются вперед в порядке и темпе, который соответствует их индивидуальным особенностям. На основе наблюдений, анализа учащиеся выявляют связи и отношения между элементами задачи и на основе синтеза формулируют проблемы и строят гипотезы.	Подберите требование к условию задачи «Два мотоциклиста выехали навстречу друг другу из пунктов <i>A</i> и <i>B</i> соответственно. Они встретились на расстоянии 18 км от <i>A</i> . После встречи мотоциклисты продолжили путь. Когда второй прибыл в <i>A</i> , первый не доехал 15 км до <i>B</i> .»

## Продолжение таблицы 2

Задачи на установление истинности высказывания	
<p>Задачи на выявление истинности некоторых математических предложений, связанных с изучаемым понятием, или на существование данного объекта. К задачам данного типа можно отнести и различные математические парадоксы. Таким образом, задачи второго типа – это задачи, где предлагаются ошибочные рассуждения или нереальные конфигурации, и требуется найти ошибку и исправить ее.</p>	<p>Проверить истинность высказывания:            а) Чтобы завтра пойти на занятия, я должен встать рано. Если я сегодня пойду в кино, то лягу спать поздно. Если я лягу спать поздно, то встану поздно. Следовательно, либо я не пойду в кино, либо не пойду на занятия.            б) Я пойду либо в кино, либо в бассейн. Если я пойду в кино, то получу эстетическое удовольствие. Если я пойду в бассейн, то получу физическое удовольствие. Следовательно, если я получу физическое удовольствие, то не получу эстетического удовольствия.</p>
Задачи, решаемые различными способами	
<p>Задачи не требуют от учащихся общего, одинакового для всех, решения. Каждый может решить задачу тем способом, который ему понятнее. Как правило, приступая к решению задачи, учащиеся ищут ведущую идею, из которой следует исходить. Если такая идея найдена, то дальнейшее решение представляет конкретизацию, ее воплощение. Но не всякая идея обеспечивает достижение цели. Тогда начинается поиск других идей для данной задачи и их отбор для ее решения – в этом основная трудность решения. Чтобы иметь возможность выбрать идею решения задачи, нужно располагать запасом таких идей. Понятно, что запас идей создается в практике решения задач. Получив задание и уяснив суть проблемы задачи, учащиеся в процессе эмпирического поиска предлагают несколько гипотез, которые порождают соответствующий метод решения. Таких гипотез или идей может быть несколько.</p>	<p>Имеется лом стали двух сортов, причем первый сорт содержит 10% никеля, а второй 30%. На сколько тонн стали больше нужно взять второго сорта, чем первого, чтобы получить 200 т стали с содержанием никеля 25%?</p> <p>Способ 1 (алгебраический).            Пусть первого сорта нужно взять <math>x</math> тонн, а второго <math>y</math> тонн. Тогда в стали первого сорта содержится <math>0,1x</math> тонн никеля, а в стали второго сорта <math>0,3y</math> тонн никеля. Поскольку в новом сплаве никеля стало 25%, т.е. <math>0,25 \cdot 200 = 50</math> т, то получим следующую систему уравнений:            Из этой системы находим, что <math>x=50</math>, а <math>y=150</math>. Значит, стали второго сорта нужно взять на 100 тонн больше.</p> <p>Способ 2 (арифметический).            Найдем разность между процентным содержанием никеля в каждом из двух сортов стали и полученном сплаве:  <math>25\% - 10\% = 15\%</math>, <math>30\% - 25\% = 5\%</math>.            Полученные результаты показывают, что 10%-ного сплава следует взять 5 частей, а 30%-ного – 15 частей. Отсюда легко находится, что нужно взять 50 тонн стали первого сорта и 150 тонн стали второго сорта.</p>

## Продолжение таблицы 2

Задачи с измененными условиями	
Задачи, нацеленные на перестраивание условия путем отказа от избыточной информации, и задачи на частичное изменение условия с целью создания новой проблемы. Задачи с избыточными и недостающими данными играют немаловажную роль при выдвижении гипотез, так как позволяют выявить у учащихся умения устанавливать связи и отношения между элементами задачи, необходимые для ее решения, выделять главное и существенное в задаче, находить нужные данные.	Расстояние между двумя пристанями 120 км. Теплоход, двигаясь со скоростью 30 км/ч, прошел этот путь за 4 часа. На обратном пути он прошел то же расстояние за 5 часов. С какой скоростью шел теплоход на обратном пути? (Лишнее данное – расстояние между пристанями.)
Задачи, обратные данным	
Задачи ставят учащихся на позицию исследователей, так как направлены на открытие ими новых фактов, что позволяет сформулировать им новые теоремы и определения понятий. С помощью составления учащимися обратных теорем и задач, обратных данной, учащиеся учатся формулировать проблемы и доказывать гипотезы. Ценным является и то, что многие из обратных теорем и задач затем используются при решении других задач.	<i>Прямая.</i> Расстояние между городами А и В – 390 км. Навстречу друг другу вышли два поезда. Один из них шел со скоростью 60 км/ч, другой – 70 км/ч. Через сколько времени они встретятся? <i>Задача, обратная данной.</i> Расстояние между городами А и В – 380 км. Навстречу друг другу вышли два поезда, которые встретились через 3 часа. Один поезд шел со скоростью 60 км/ч. С какой скоростью шел второй поезд?
Задачи с параметрами.	
Задачи позволяют учащимся рассмотреть проблему с разных точек зрения, дать полное и исчерпывающее ее решение. Формировать такой подход к решению задач можно на примерах, не связанных с вычислениями или доказательствами, как правило, это задачи на конструирование геометрических объектов. А также обобщенные задачи, которые позволяют рассмотреть все возможные дающие разные решения случаи.	Решить и исследовать уравнение с параметром: $(a^2 - 2a + 1)x = a^2 + 2a - 3$

Итак, исследовательская задача может выступать как средство организации исследовательской деятельности учащихся в учебном процессе. Исследовательская задача имеет характерные признаки и предполагает применение исследовательских действий для её решения. Используя характерные признаки и классификацию исследовательских задач проведем

анализ алгебраического материала во второй главе выпускной квалификационной работы.



## **2 МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

### **2.1 Организация и методы исследования. Анализ и интерпретация результатов констатирующего эксперимента**

Исходя из теоретического исследования выпускной квалификационной работы нами был организован и проведен констатирующий эксперимент.

Цель констатирующего эксперимента – выявить причины затруднений в организации исследовательской деятельности учащихся в основной школе.

Преподавателям общеобразовательных школ была предложена анкета, состоящая из двух частей:

#### Часть 1

- 1.1 Какой предмет Вы преподаете в школе?
- 1.2 Что Вы понимаете под исследовательской деятельностью учащихся?
- 1.3 Приведите пример исследовательского задания по предмету.

#### Часть 2

- 2.1 Отводите ли вы время в учебном процессе для организации исследовательской деятельности учащихся?
- 2.2 Был ли у вас опыт в организации исследовательской деятельности?
- 2.3 Достаточно ли методической литературы, содержащей исследовательские задачи?
- 2.4 Много ли времени уходит на подготовку к организации исследовательской деятельности учащихся на уроке?
- 2.5 Вы испытываете трудности при оценивании работ учащихся, при решении исследовательской задачи?
- 2.6 Влияют ли задания итоговой аттестации на выбор формы учебной деятельности на уроке?

Проанализировав первую часть анкеты, мы получили следующие результаты:

На вопрос «1.1» были получены следующие ответы:

В анкетировании приняли участие 16 учителей-предметников, из них преподавателей математики – 6, физики – 2, химии – 1, информатики – 1, биологии – 1, географии – 1, русского языка и литературы – 2, истории – 1, иностранного языка – 1. Результаты анкетирования следующие.

На вопрос «1.2» были получены следующие ответы:

Исследовательская деятельность – это деятельность, направленная на открытие чего-то нового или проверка того, что уже известно.

Исследовательская деятельность – это деятельность учащихся, подразумевающая проведение учебного или научного исследования.

Исследовательская деятельность – это процесс в котором ученики разрабатывают собственный проект с его реализацией.

Исследовательская деятельность – это участие детей в научно-практических конференциях.

На вопрос «1.3» преподавателями математики были приведены следующие примеры исследовательских задач:

1. Расставьте скобки так, чтобы равенство стало верным:

$$120-90:15\cdot 2+1=5$$

2. Увеличивай дробь 0,6 в 10 раз, в 100 раз, в 1000 раз. Наблюдай, что будет изменяться. Сделай вывод.

3. Решить и исследовать уравнение с параметром  $\frac{a^2-2}{x-a}=4+x$ .

4. Выявите закономерность последовательности 1,4,7,11, ...

5. Разгадать математический фокус.

6. Построить выигрышную стратегию игры «Кто первый получит 50».

Результаты анкетирования второй части представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты анкетирования учителей

Вопрос анкетирования	Количество учителей, которые ответили «да»	Количество учителей, которые ответили «нет»
Отводите ли вы время в учебном процессе для организации исследовательской деятельности учащихся?	7	9
Был ли у вас опыт в организации исследовательской деятельности?	7	9
Достаточно ли методической литературы, содержащей исследовательские задачи?	14	2
Много ли времени уходит на подготовку к организации исследовательской деятельности учащихся на уроке?	13	3
Вы испытываете трудности при оценивании работ учащихся, при решении исследовательской задачи?	11	5
Влияют ли задания итоговой аттестации на выбор формы учебной деятельности на уроке?	12	4

На вопрос №2.1 (отводите ли вы время в учебном процессе для организации исследовательской деятельности) «нет» ответило 9 учителей, что составляет 56% от числа всех опрошенных.

На вопрос №2.2 (был ли у вас опыт в организации исследовательской деятельности) «нет» ответило 9 педагогов, что составляет 56 % от числа всех опрошенных.

Таким образом на вопрос №2.3 (достаточно ли методической литературы, содержащей исследовательские задачи) «нет» ответило 14 педагогов, что составляет 88% от числа всех опрошенных.

На вопрос №2.4 (много времени уходит на подготовку к организации исследовательской деятельности учащихся на уроке) «да» ответило 13 учителей, что составляет 81% от числа всех опрошенных.

На вопрос №2.5 (вам сложно оценить решение исследовательской задачи) «да» ответило 11 педагогов, что составляет 69% от числа всех опрошенных.

На вопрос №2.6 (влияют ли задания итоговой аттестации на выбор формы учебной деятельности на уроке) «да» ответили 12 учителей, что составляет 75% от числа всех опрошенных.

На рисунке 17в процентном соотношении представлены причины затруднений в организации исследовательской деятельности учащихся.



Рисунок 17 – Причины затруднений в организации исследовательской деятельности учащихся

Проанализировав результаты анкетирования, мы выделили следующие основные причины возникновения затруднений при организации исследовательской деятельности учащихся. Это недостаток методической литературы, содержащей исследовательские задачи; большое количество времени на подготовку к организации исследовательской деятельности учащихся; влияние на выбор заданий в учебном процессе итоговой аттестации; сложность в оценивании исследовательской работы учащихся; отсутствие опыта в организации исследовательской деятельности учащихся и ограниченное время в учебном процессе на её реализацию.

Таким образом, мы подтвердили актуальность нашего исследования и необходимость в разработке методика применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся.

## **2.2 Алгебраический материал как средство организации исследовательской деятельности учащихся в основной школе**

Для анализа алгебраического материала было рассмотрено содержание учебников следующих авторов и авторских коллективов:

1. Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / С.М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 11-е изд., дораб. – М. :Просвещение, 2020. – 272 с. : ил. – (МГУ – школе)[23].

2. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Е.А. Бунимович, Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова [и др.] ; Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение». – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2018. – 223, [1] с. : ил. – (Академический школьный учебник) (Сферы)[26].

3. Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс: учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева [и др.] – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2018. – 240, [1] с. : ил. – (Сферы) [27].

4. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова [и др.] ; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – 5-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 287 с. : ил[24].

5. Математика. 5класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова [и др.] ; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2016. – 287 с. : ил[25].

6. Мерзляк А.Г. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М. :Вентана-Граф, 2018. – 304 с. : ил [30].

В учебниках математика 5-6 класс Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; Математика 5 класс Никольский С.М., Потапов М.К. исследовательские задачи в явном виде, как отдельный раздел или тема отсутствуют. Поэтому учителям, необходимо в учебниках самим определять является ли данная задача исследовательской. Подробный анализ алгебраического материала как средства организации исследовательской деятельности представлен в таблицах 4, 5.

Проанализировав задачный материал по математике, мы выделили темы 5 класса и изучаемые в этом классе для которых можно подобрать или разработать исследовательские задачи.

В учебнике авторов Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. под номером 2 в списке отдельным элементом задачного материала выделены исследовательские задачи под названием «Задача-исследование».

Таблица 4 – Анализ задачного материала в учебнике «Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс. Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б.

Тема	Формулировка исследовательской задачи
Свойства сложения и умножения	<p><i>Задача-исследование.</i></p> <p>1) Проверьте равенства:  <math>1+3=2^2</math>,  <math>1+3+5=3^2</math>,  <math>1+3+5+7=4^2</math>.</p> <p>Эти равенства подсказывают приём вычисления суммы последовательных нечётных чисел. В чём состоит этот приём? Запишите следующие равенства и проверьте себя с помощью вычислений.</p> <p>2) Пользуясь рассмотренным приемом, найдите:  а) сумму первых десяти нечётных чисел;  б) сумму всех нечётных чисел от 1 до 99.</p>
Простые числа	<p><i>Задача-исследование.</i></p> <p>1) Как известно, простое число имеет два делителя. А сколько делителей имеет квадрат простого числа? куб простого числа? четвёртая степень простого числа? Выясните это на конкретных примерах.</p> <p>2) Как вы думаете, сколько делителей имеет пятая степень простого числа? шестая степень? Десятая степень?</p> <p>3) Перечислите все делители числа 3125; числа 64.</p> <p>Подсказка: <math>3125=5^5</math>, <math>64=2^6</math>.</p>
Деление остатком	<p><i>Задача-исследование.</i></p> <p>1) Как известно, простое число имеет два делителя. А сколько делителей имеет квадрат простого числа? куб простого числа?</p>

	<p>четвёртая степень простого числа? Выясните это на конкретных примерах.</p> <p>2) Как вы думаете, сколько делителей имеет пятая степень простого числа? шестая степень? десятая степень?</p> <p>3) Перечислите все делители числа 3125; числа 64.</p> <p><i>Подсказка.</i> <math>3125=5^5</math>, <math>64=2^6</math>.</p>
--	--

#### Продолжение таблицы 4

Тема	Формулировка исследовательской задачи
Умножение дробей	<p><i>Задача-исследование.</i> (Отвечая на вопросы 1 и 2, поэкспериментируйте с числами.)</p> <p>1) Известно, что <math>m &gt; 1</math>. Сравните числа: <math>m</math> и <math>m^2</math>; <math>m^2</math> и <math>m^3</math>.</p> <p>2) Известно, что <math>m &lt; 1</math>. Сравните числа: <math>m</math> и <math>m^2</math>; <math>m^2</math> и <math>m^3</math>.</p> <p>3) Как меняется число при возведении его в степень, если оно больше 1? Меньше 1?</p> <p>4) Сравните <math>m^{20}</math> и <math>m^{30}</math>, если: а) <math>m &gt; 1</math>; б) <math>m &lt; 1</math>.</p>

Исследовательские задачи с пометкой «Ищем закономерность», «Исследуем», представлены в учебниках для 5-6 классов авторов Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. [24] под номерами 4 – 5 в списке (таблица 5).

Таблица 5 – Анализ задачного материала в учебниках «Математика 5-6 класс Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б.»

Тема	Формулировка исследовательской задачи
5 класс	
Как записывают и читают натуральные числа	<p><i>Ищем закономерность.</i> Придумайте правило, по которому можно продолжить последовательность чисел, запишите четыре следующих числа и прочитайте их:</p> <p>а) 3; 33; 333; ...;</p> <p>б) 20; 202; 2020; ...;</p> <p>в) 10; 1010; 101010; ...</p>
Сложение и вычитание	<p><i>Ищем закономерность.</i> Восстановите три предыдущих и три последующих числа в последовательности:</p> <p>а) ..., 30, 35, 40, ...; б) ..., 70, 61, 52, ...</p> <p>Придумайте правило, по которому можно продолжать последовательность, и запишите пять следующих чисел:</p> <p>а) 1, 3, 4, 7, ...; б) 1, 3, 6, 10, ...</p>
Умножение и деление	<p><i>Ищем закономерность.</i> Найдите:</p> <p>а) три предыдущих числа в последовательности ..., 32, 64, 128;</p> <p>б) три предыдущих и три следующих числа в последовательности ..., 112, 224, 448, ...</p>
Степень числа	<p><i>Ищем закономерность.</i> Определите, по какому правилу составлена последовательность чисел, и запишите следующие три числа:</p> <p>а) 1, 4, 9, 16, ...;</p> <p>б) 1, 8, 27, ...</p> <p>Найдите сотое число в каждой последовательности.</p>
Свойства сложения	<p><i>Исследуем.</i> 1) Проверьте равенства:</p> $1+3=2^2, 1+3+5=3^2, 1+3+5+7=4^2.$

умножения	<p>1) Эти равенства подсказывают приём вычисления суммы последовательных нечётных чисел. В чём состоит этот приём? Запишите следующее равенство и проверьте себя с помощью вычислений.</p> <p>2) Пользуясь рассмотренным приёмом, найдите:</p> <p>а) сумму первых десяти нечётных чисел;</p> <p>б) сумму всех нечётных чисел от 1 до 99.</p>
-----------	--

### Продолжение таблицы 5

Тема	Формулировка исследовательской задачи
Делители и кратные	<p><i>Исследуем.</i> Верно ли утверждение: если в трёхзначном числе средняя цифра равна сумме двух крайних, то это число делится на 11?</p> <p>Совет. Вы можете это проверить путём перебора всех трёхзначных чисел, обладающих указанным свойством. Это, например, такие числа, как 121, 440, 396. (Всего таких чисел 45.) Обсудите в классе способ перебора и разделите работу между группами. Потом подведите итоги.</p>
Простые и составные числа	<p><i>Исследуем.</i> 1) Найдите с помощью перебора все делители числа 6, числа 10 и числа 21. Сколько делителей имеет каждое из этих чисел?</p> <p>Подсказка. <math>6=2 \cdot 3</math>, <math>10=2 \cdot 5</math>, <math>21=3 \cdot 7</math>.</p> <p>2) Каким общим свойством обладают все эти числа? Укажите ещё какое-нибудь число, обладающее тем же свойством. Сколько у него делителей?</p> <p>3) Сколько делителей имеет число, равное произведению <math>a \cdot b</math>, где <math>a</math> и <math>b</math> – различные простые числа? Перечислите их все.</p>
Признаки делимости	<p><i>Исследуем.</i></p> <p>1) Какими цифрами не может оканчиваться многозначное простое число?</p> <p>2) Для каждой цифры, на которую может оканчиваться многозначное простое число, приведите три-четыре примера.</p> <p>3) Даны числа: 165, 198, 236, 315, 354, 435. Какие из них делятся на 6? Есть ли среди этих чисел такие, которые делятся на 15?</p> <p><i>Подсказка.</i> Число делится на 6, если оно делится на 2 и на 3.</p> <p>4) Сформулируйте признак делимости на 45. Есть ли в приведённом выше списке число, делящееся на 45?</p> <p>5) Если число делится на 2 и на 3, то оно делится на 6. Однако общее утверждение «если число делится на каждое из чисел <math>a</math> и <math>b</math>, то оно делится на их произведение» не является верным. Так, число 60 делится на 4 и на 6, но не делится на 24. Придумайте свой пример, опровергающий это утверждение.</p>
Сравнение дробей	<p><i>Экспериментируем.</i> Найдите несколько чисел, которые можно подставить вместо <math>k</math> и получить верное двойное неравенство:</p> <p>а) <math>\frac{1}{6} &lt; k &lt; \frac{1}{5}</math>;</p> <p>б) <math>\frac{3}{7} &lt; k &lt; \frac{4}{7}</math>.</p> <p>Сколько существует таких чисел?</p>
6 класс	
Сложение и вычитание	<p><i>Ищем закономерность.</i> По какому правилу составлена последовательность чисел? Запишите три следующих числа и найдите</p>



десятичных дробей	<p>сумму всех шести записанных чисел:</p> <p>а) 2,1; 2,3; 2,5; ...;</p> <p>б) 2,6; 2,3; 2,0; ... .</p> <p><i>Ищем закономерность.</i> 1) Вычислите суммы:</p> <p>0,1+0,2+0,3+...+0,9;</p> <p>0,01+0,02+0,03+...+0,09;</p> <p>0,001+0,002+0,003+...+0,009.</p> <p>2) Запишите следующую сумму. Догадайтесь, чему равно её значение, и проверьте себя с помощью вычислений.</p>
-------------------	---

### Продолжение таблицы 5

Тема	Формулировка исследовательской задачи																				
Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...	<p><i>Исследуем.</i> Умножение десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; ... также можно выполнять с помощью переноса запятой.</p> <p>1) Разберитесь, как выполнено умножение дроби 32,5 на 0,1:</p> $32,5 \cdot 0,1 = 32,5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{32,5}{10} = 3,25.$ <p>Сделайте вывод: как можно было бы найти произведение <math>32,5 \cdot 0,1</math> с помощью переноса запятой?</p> <p>2) Сформулируйте правило умножения десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.</p> <p>3) Найдите: а) <math>23,6 \cdot 0,1</math>; б) <math>37,05 \cdot 0,01</math>; в) <math>540\,000 \cdot 0,001</math>.</p>																				
Сравнение целых чисел	<p><i>Исследуем.</i> О целых числах <math>a</math> и <math>b</math> известно, что <math>a &lt; b</math>. Сравните числа <math>-a</math> и <math>-b</math>.</p> <p>Указание. Рассмотрите 3 случая, изобразив каждый из них на координатной прямой:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>a</math> и <math>b</math> – числа положительные;</li> <li>2) <math>a</math> и <math>b</math> – числа отрицательные;</li> <li>3) <math>a</math> и <math>b</math> – числа разных знаков.</li> </ol> <p>Затем сделайте вывод: если <math>a &lt; b</math>, то ... . Проиллюстрируйте его числовыми примерами.</p>																				
Сложение целых чисел	<p><i>Исследуем.</i> 1) Перечертите в тетрадь таблицу и заполните её.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>a</math></th> <th><math>b</math></th> <th><math>-(a + b)</math></th> <th><math>(-a) + (-b)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td> <td>15</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-20</td> <td>-15</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-20</td> <td>15</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>-15</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>2) Прочитайте выражение <math>-(a + b)</math> и <math>(-a) + (-b)</math>, используя термин «противоположное число». Сделайте вывод о значениях этих выражений по результатам вычислений.</p>	$a$	$b$	$-(a + b)$	$(-a) + (-b)$	20	15			-20	-15			-20	15			20	-15		
$a$	$b$	$-(a + b)$	$(-a) + (-b)$																		
20	15																				
-20	-15																				
-20	15																				
20	-15																				

Таким образом, анализ алгебраического материала показал, что учебные пособия 5-6 классов содержат ограниченное количество исследовательских задач. Поэтому учитель должен осуществлять подбор или конструирование исследовательских задач для организации исследовательской деятельности учащихся самостоятельно.

### **2.3 Методика применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся**

Анализ школьных учебников показывает, что они содержат ограниченное количество исследовательских задач. Поэтому учитель для организации исследовательской деятельности должен осуществлять подбор исследовательских задач или конструировать эти задачи самостоятельно.

Отметим, что для организации исследовательской деятельности целесообразнее использовать не одну исследовательскую задачу, а систему подобранных задач. Для конструирования систем исследовательских задач существуют правила отбора и упорядочивания задач в системе. Рассмотрим технологию конструирования системы задач по математике предложенную Г.И. Ковалевой и апробируем на примере составления системы исследовательских задач.

При конструировании системы исследовательских задач важным является не только сложность задач, но и выполнение принципов конструирования системы задач, исходя из математического содержания курса. Выделяют следующие принципы конструирования системы исследовательских задач[16](рисунок 18).



Рисунок 18– Принципы конструирования исследовательских задач

Перейдем теперь к технологии конструирования системы задач по математике.

«Под системой задач понимается совокупность упорядоченных и подобранных в соответствии с поставленной целью задач, действующих как одно целое, взаимосвязь и взаимодействие которых приводит к заранее намеченному результату». Г.И. Ковалева выделяет следующие этапы конструирования системы задач по математике [16, с 78](таблица 6).

Таблица 6 – Этапы конструирования системы задач по математике

Этап	Характеристика
Теоретический этап	На данном этапе происходит выявление совокупности основных понятий, фактов и умений, которые должны быть сформированы в процессе изучения темы в соответствии с программными требованиями.
Отборочный этап	На данном этапе осуществляется отбор задачного материала. Если имеющиеся в учебных пособиях задачи не позволяют добиться поставленных целей, то недостающие задачи строятся с помощью приемов обобщения, конкретизации, составления обратных задач, варьирования.
Связующий этап	На данном этапе между совокупностью отобранных задач

	устанавливаются взаимосвязи.
Структурирующий этап	В соответствии с правилами упорядочивания задач и методами конструирования строятся системы задач для каждого из уроков.
Констатирующий этап	Проверяется соответствие построенных систем задач выделенным системным требованиям. В случае необходимости производится корректировка сконструированных систем задач.

Г.И. Ковалева [16, с. 79] выделяет следующие требования к отбору задач в систему (рисунок 19).

Правило доступности	<ul style="list-style-type: none"> <li>Каждая задача должна быть посильна ученику. Следует оберегать учащихся от непосильных трудностей, заботиться о сохранении интереса к решению задачи.</li> </ul>
Правило однотипности	<ul style="list-style-type: none"> <li>В систему необходимо включать однотипные задачи, так как это способствует формированию прочных знаний и умений. Однако однотипных задач в системе должно содержаться в разумном количестве.</li> </ul>
Правило разнообразия	<ul style="list-style-type: none"> <li>Чтобы избежать снижения интереса, внимания и активности учащихся, в систему должны быть включены задачи, разнообразные по форме, содержанию и способу решения.</li> </ul>
Правило противопоставления	<ul style="list-style-type: none"> <li>Необходимо включать в систему задачи на сходные и взаимобратные понятия, а также задачи, не имеющие решения.</li> </ul>
Правило учета целей	<ul style="list-style-type: none"> <li>При выборе задач в систему необходимо учитывать цели, которые могут быть достигнуты посредством конкретной задачи. Нельзя выпускать из виду и общие цели их использования. Их место в системе.</li> </ul>
Правило ситуативности	<ul style="list-style-type: none"> <li>При отборе задач необходимо предусмотреть применение формируемого действия в различных ситуациях.</li> </ul>
Правило полноты	<ul style="list-style-type: none"> <li>Перед отбором задач системы необходимо выделить все понятия и факты, которые должны усвоить учащиеся, умения и навыки, которые они должны приобретать в процессе решения системы.</li> </ul>

Рисунок 19 – Требования отбора задач в систему

Упорядочивание задач системы также производится по определенным правилам (рисунок 20).

Правило усложнения	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Необходимо учитывать сложность каждой задачи системы и располагать задачи в порядке увеличения сложности.</li> </ul>
Правило структурности	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Система задач должна быть разбита на несколько подсистем, которые отделяются друг от друга либо задачами на повторения, либо нестандартными задачами.</li> </ul>
Правило индивидуализации	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Следует учитывать, что разным учащимся требуется разное время для решения одних и тех же задач, а также разное количество задач для усвоения одного и того же материала. Система задач должна иметь открытую структуру, то есть у учителя должна быть возможность исключать некоторые задачи или менять форму их предъявления.</li> </ul>

Рисунок 20 – Правила упорядочивания задач системы

Г.И. Ковалева в своей работе выделяет следующие основные методы конструирования системы исследовательских задач [15, с 53](рисунок 21).



Рисунок 21 – Методы конструирования систем исследовательских задач

*Метод варьирования задачи*

Метод варьирования задачи заключается в получении задач системы из исходной задачи с помощью варьирования содержания и формы. Условия, требования, базис и способ решения являются компонентами задачи, которые могут видоизменяться. Метод варьирования включает в себя приемы конструирования задач (рисунок 22).

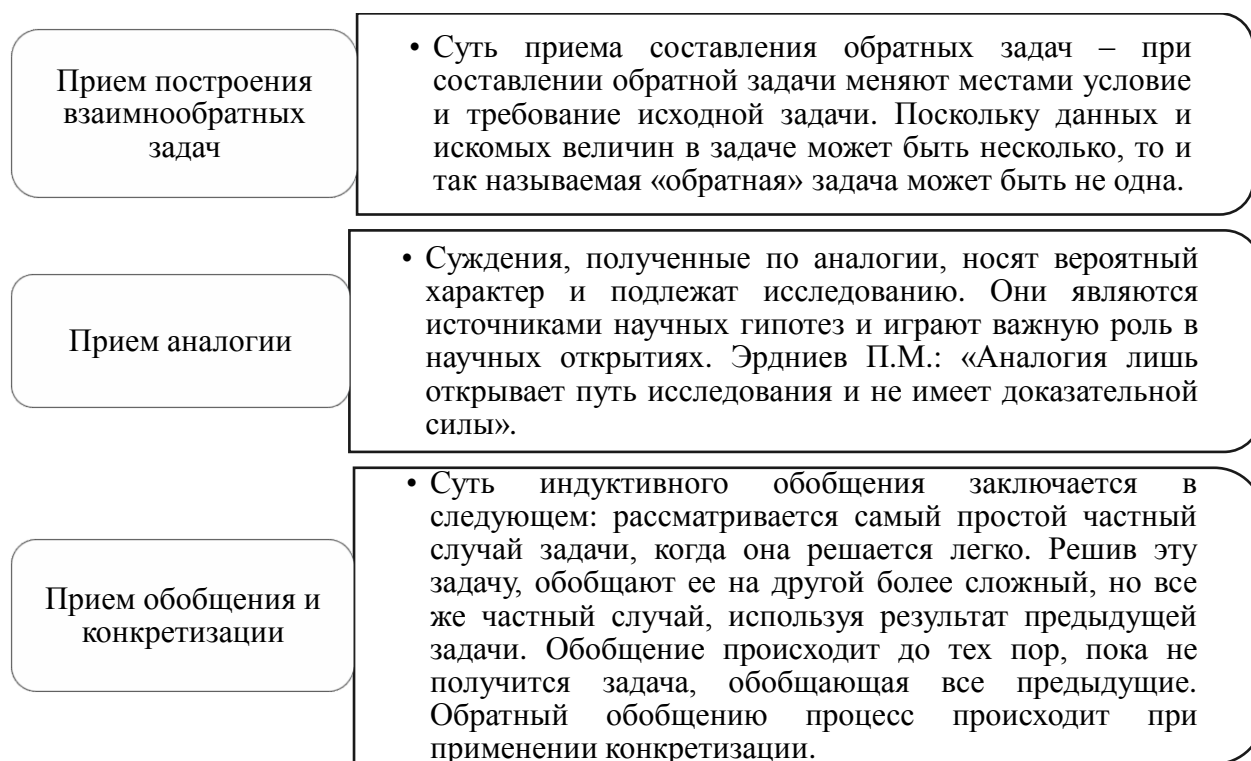


Рисунок 22 – Приемы конструирования задач

Варьирование элементов задачи может быть двумя способами: первый, предполагает изменение всех звеньев кроме одного, а второй, изменение и варьирование только одного звена. При использовании метода варьирования условия и требования можно не только изменять, но и убирать, что может привести к получению неопределенной или вариативной задаче.

«Неопределенные задачи – это задачи с неполным условием, в котором для получения конкретного ответа не хватает одной или нескольких величин или каких-то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектами» [15, с 54]. Для решения неопределенной задачи необходимо указать все возможные значения искомой величины.

Вариативная задача – это задача формулировка, которой не дает точного расположения условий и требований задачи. Вариативная задача может оказаться противоречивой, в таком случаи, необходима проверка решения. Так учащиеся учатся сначала анализировать условия задачи прежде, чем приступать к решению.

Подобные задачи следует предлагать учащимся на уроке, чередуя с аналогичными заданиями, в которых объект соответствует условию задачи.

Такая организация занятий мобилизует учащихся на постоянный контроль за формулировкой задачи, устраняет формальный подход к её решению.

При варьировании же требований задачи можно идти путем минимизации. При указании всех условий задачи, но не ставя требования, мы получим задачу с несформированным требованием. При варьировании базиса решения можно получить задачу, решаемую разными способами.

Метод варьирования способствует составлению различных видов исследовательских задач. За счёт их включения в систему будет строиться организации исследовательской деятельности учащихся на математике.

Опираясь на метод варьирования разработаем систему исследовательских задач по математике для учащихся 5 класса, направленную на организацию исследовательской деятельности на уроке по теме «Задачи на движение».

Опираясь на тематическое планирование отметим необходимость использования следующих понятий и фактов: движение в противоположных направлениях, скорость сближения, скорость удаления.

При изучении данной темы учащиеся должны приобрести следующие умения: решать текстовые задачи арифметическим способом, используя зависимость между скоростью, временем, расстоянием; анализировать и осмысливать текст задачи; моделировать условие с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку рассуждений; критически оценивать полученный ответ, осуществлять самоконтроль, проверяя ответ на соответствие условию.

Задачи системы будут получены из исходной задачи с помощью метода варьирования с использованием приема составления обратных задач, приема обобщения и аналогии. Отметим, что при использовании метода варьирования могут получиться противоречивые задачи, неопределенные задачи или задачи с неполным условием, вариативные задачи.

Воспользуемся приемом составления обратных задач. Составив матрицу условий (расстояние между пунктами  $s$ , время  $t$ , скорость пешеходов  $v_1, v_2$ ) и заключений (расстояние между пешеходами  $r$ ), меняя местами данные и искомые величины, получим принципиально различные задачи.

Таблица – 7 Матрица условий задачи

s	t	$v_1$	$v_2$	г (расстояние между пешеходами)	направление движения пешеходов
18	2	2	4		навстречу друг другу
	2	2	4	5	навстречу друг другу
18		2	4	5	навстречу друг другу

С помощью метода варьирования условия и требования получим следующие задачи (таблица 8):

Таблица 8 – Система исследовательских задач по теме «Задачи на движение»

Исходная задача	Из пунктов <i>A</i> и <i>B</i> , расстояние между которыми 18 км, навстречу друг другу вышли два пешехода. Скорость одного 2 км/ч, а скорость другого 4 км/ч. Какое расстояние будет между пешеходами через 2 часа?
Вариативная задача	Из пунктов <i>A</i> и <i>B</i> , расстояние между которыми 18 км, вышли два пешехода. Скорость одного 2 км/ч, а скорость другого 4 км/ч. Какое расстояние будет между пешеходами через 2 часа? Из пунктов <i>A</i> и <i>B</i> , расстояние между которыми 18 км, навстречу друг другу вышли два пешехода. Скорость одного 2 км/ч, а скорость другого 4 км/ч. Через какой промежуток времени расстояние между пешеходами будет 5 км.?
Задача с несформированными требованиями	Из пунктов <i>A</i> и <i>B</i> , расстояние между которыми 18 км, навстречу друг другу вышли два пешехода. Скорость одного 2 км/ч, а скорость другого 4 км/ч. Найдите все, что возможно.
Неопределенная задача	Из пунктов <i>A</i> и <i>B</i> , навстречу друг другу вышли два пешехода. Скорость одного 2 км/ч, а скорость другого 4 км/ч. Какое расстояние будет между пешеходами через 2 часа?
Задача, составленная по аналогии	Из Самары и Астрахани, расстояние между которыми 200 км, навстречу друг другу выехали два автомобилиста. Скорость одного 60 км/ч, а скорость другого 80 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилистами через 2 часа?

Сконструированная система задач может служить средством формирования исследовательских умений. Это обеспечивается наличием в системе задачи не содержащей требования, задачи с измененными условиями, неопределенной задачи, взаимно обратных задач.



Данную систему задач целесообразнее использовать на уроке обобщения и систематизации знаний, так учащиеся будут понимать место каждого элемента задачи.

Метод варьирования задач удобно использовать при конструировании систем исследовательских задач, в которых в явном виде можно выделить условия, требования и способы решения задачи. В 5-6 классах наиболее подходящими темами являются задачи на движение и задачи на совместную работу.

#### *Метод ключевых задач*

Суть конструирования системы задач методом ключевых задач заключается в том, что каждая задача системы использует результат решения ключевой задачи.

Ключевую задачу можно охарактеризовать двумя способами. Первый способ: ключевая задача выступает в качестве задачи-факта, результат решения которой используется при решении каждой задачи системы. Второй способ: ключевая задача представляет собой задачу-метод, то есть каждая задача системы может быть решена с помощью метода решения ключевой задачи.

Рассмотрим систему исследовательских задач для 6 класса по теме «Проценты». В качестве ключевой задачи возьмём задачу-факт:

«Согласно российским законам заработок человека облагается так называемым подоходным налогом, который составляет 13% от зарплаты. Какую сумму в качестве подоходного налога должен заплатить человек, зарабатывающий 12 500 р. в месяц?» [27, с. 98].

На её основе составим следующие задачи:

1) Сформулируйте требования к задаче: «Каждый месяц гражданин оплачивает жильё стоимостью 4 000 р., тратит 2 175 р. на продукты.» (Примеры решения: Какая сумма остается на прочие расходы? Какую часть от дохода человек тратит на продукты?)

2) Человек ежемесячно жертвует  $\frac{1}{5}$  от дохода на благотворительность. Сколько процентов от дохода это составляет? (различные

способы решения: 1) найти  $\frac{1}{5}$  от дохода, перевести в проценты; 2) выразить обыкновенную дробь в проценты)

3) Сколько времени потребуется человеку, чтобы приобрести компьютер стоимостью 15 000 р., если он будет откладывать 10 % от дохода?

4) Какой станет заработная плата без подоходного налога, если зарплата человека повысится на 10 %?

5) Если в первый месяц заработная плата составляла 12 500 р., во второй месяц 12 700 р., в третий 12 900р., то какой будет зарплата в четвертом месяце? (на выявление закономерности)

б) Проверьте истинность высказываний:

а) если человек будет откладывать 20 % от дохода каждый месяц, то сумма его накоплений за год составит 26 000? (Ответ: нет. Установление истинности)

б)  $\frac{3}{5}$  от зарплаты меньше 5 000 р.? (нет)

Сконструированная система задач может служить средством формирования исследовательских умений. Это обеспечивается наличием в системе задачи на определение истинности высказывания, задачи на выявление закономерности, задачи не содержащей требования.

Метод ключевых задач удобно использовать при изучении дополнительных теорем в школьном курсе математики. Также использование ключевых задач в каждой теме поможет освоить основные методы решения задач.

#### *Метод целевой задачи*

Метод целевой задачи заключается в выделении достаточно сложной задачи, решение которой разбивается на решение ряда простых задач.

Организация решения целевой задачи может происходить постепенно шаг за шагом. После постановки целевой задачи учитель вводит поэтапно каждую задачу системы в результате анализа решения данных задач, учащиеся приходят к решению целевой задачи.

Разберем применение целевой задачи на исследовательской задаче из учебника для 6 класса. Учащимся предлагается старинная задача про журавлей (рисунок 23).

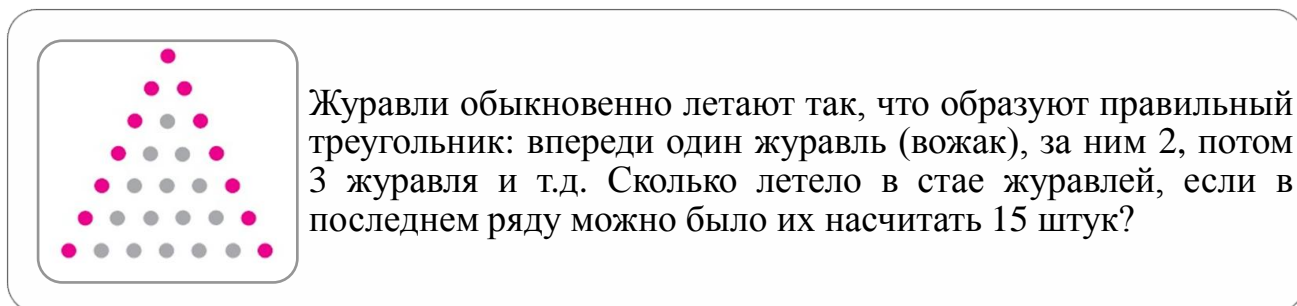
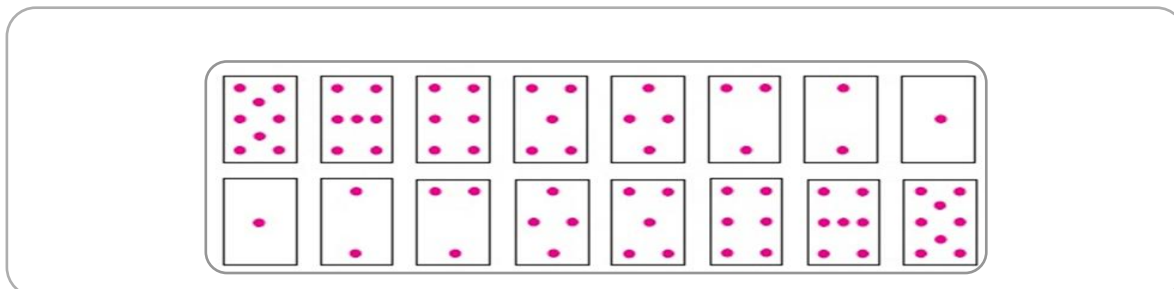


Рисунок 23 – Целевая задача

На этапе анализа задачи можно выстроить следующую сумму чисел от 1 до 15, но отметить, что есть способ легче, чем поэтапное сложение чисел.

Для того чтобы учащиеся могли догадаться, как это легче сделать, можно взять меньшее число слагаемых. Также для того, чтобы учащиеся могли заметить закономерность в решении подобной задачи вводим вторую задачу системы (рисунок 24).



На этапе постановки проблемы обращаем внимание, что складывать все числа подряд долго и неудобно. Надо найти более легкий способ сложения. В ходе его поиска можно использовать меньшее количество слагаемых, изобразив их кругами или квадратами.

Два ряда состоят из 8 столбиков, в каждом столбике по 9 кругов. Всего  $9 \cdot 8 = 72$  (круга) или  $(8+1) \cdot 8 = 72$  (круга), а в одном ряду содержится половина кругов:  $72 \div 2 = 36$ .

Рисунок 24 –Задача 2

После решения второй задачи системы учащимся предлагается решить третью задачу, представленную в математической записи (рисунок 20).

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \\
 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\
 \hline
 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 \cdot 8 = 8 \cdot 9
 \end{array}$$

8 слагаемых

Рассмотри записи и объясни, как можно рассуждать при вычислении суммы  $1 + 2 + 3 + \dots + 7 + 8$

Рисунок – 25 Задача 3

Это удвоенная сумма чисел от 1 до 8, поэтому ее надо разделить на 2. Получилось равенство  $1 + 2 + 3 + \dots + 8 = (8 \cdot 9) \div 2$

В этом равенстве сумма первых 8 чисел равна половине произведения количества слагаемых (или последнего слагаемого) на следующее число (т.е. на 1 больше последнего слагаемого).

На этапе проверки гипотезы можно изобразить аналогичную сумму (рисунок 26).

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$  (с другим количеством слагаемых) в виде числовой лесенки и предложить ученикам объяснить, как из двух лесенок получили прямоугольник.

Затем учащиеся находят общее количество клеток в прямоугольнике и в одной лесенке и объясняют по рисункам следующие выражения и равенства:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6;$$

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot 2;$$

$$6 \cdot (6 + 1);$$

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot 2 = 6 \cdot (6 + 1);$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 6 \cdot (6 + 1) \div 2.$$

Рисунок 26 – Задача 4

После этого выполняются вычисления, необходимые для решения исходной задачи:  $1 + 2 + 3 + \dots + 15 = (15 \times 16) : 2 = 120$  (журавлей).

На этапе формулирования выводов можно перенести подмеченную закономерность на любое количество последовательных слагаемых от 1 до  $n$ , а потом решить задачу Гаусса (рисунок 27).

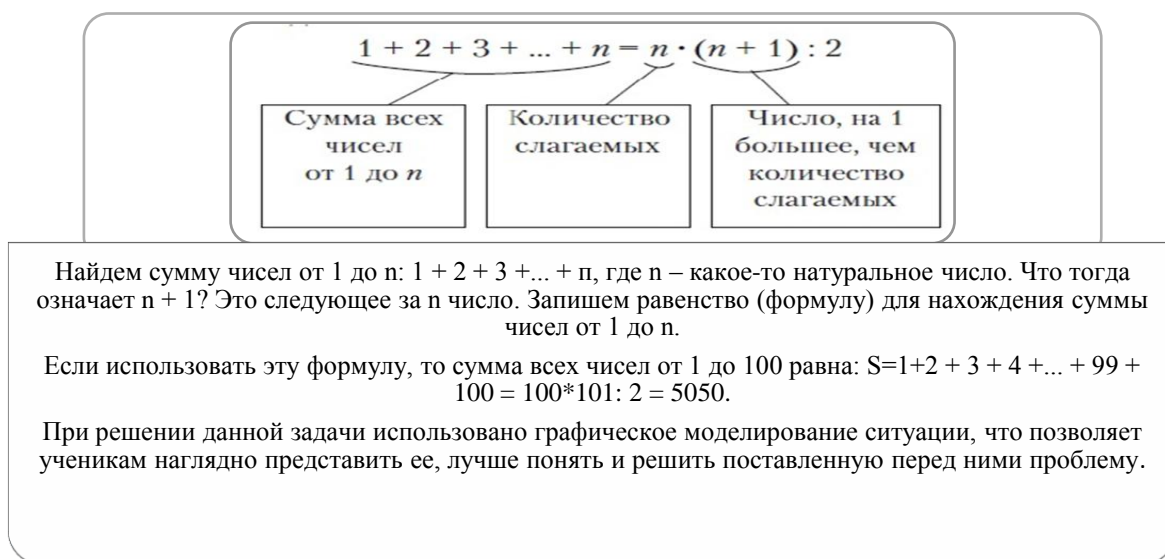


Рисунок 27 – Задача Гаусса

На этапе применения выводов можно уточнить реальность ситуации, рассмотренной в старинной задаче. На самом деле журавли летают не треугольником, а клином. На рис. 1, моделирующем ситуацию, надо убрать все серые круги, изображающие птиц внутри клина. Ученики должны догадаться, как надо применить полученные знания для вычисления количества птиц в клине:

$$(1 + 2 + \dots + 15) - (1 + 2 + \dots + 13) = 120 - 13 - 14 : 2 = 120 - 91 = 29 \text{ (птиц).}$$

Рисунок 28 – Задача 5

Таким образом, учащиеся приходят к решению целевой задачи.

*Метод «снежного кома»*

Метод «снежного кома» предполагает при решении каждой задачи системы использование результата решения предыдущей задачи. Так как результатом решения задачи могут быть как доказанный факт об объекте, так и метод, реализованный в процессе решения, то выделим две разновидности «снежного кома». В первом случае идет использование доказанного утверждения, во втором – повторение операции предыдущей задачи. Во втором случае наращивание «снежного кома» идет за счет добавления новой операции. Система задач, построенная таким образом, имеет следующую структуру: для

решения первой задачи необходимо выполнить всего одну операцию, решение второй задачи предполагает выполнение подобной операции, плюс еще одной операции, в следующей задаче системы, кроме двух ранее сделанных, выполняется новая третья операция и т. д., пока не дойдет до достаточно сложной задачи, решение которой предполагает выполнение большого количества операций.

Возможность выстраивания индивидуальной образовательной траектории при решении таких систем задач, возрастание уровня сложности и трудности задач, обеспечивает дифференциацию обучения. Заметим, что данную технологию можно использовать и для разработки системы задач, направленной на формирование исследовательских умений.

Примером системы исследовательских задач составленной по методу снежного кома может быть система задач на выявление закономерности выстроенная на усложнение для учащихся 5 класса (рисунок 29).

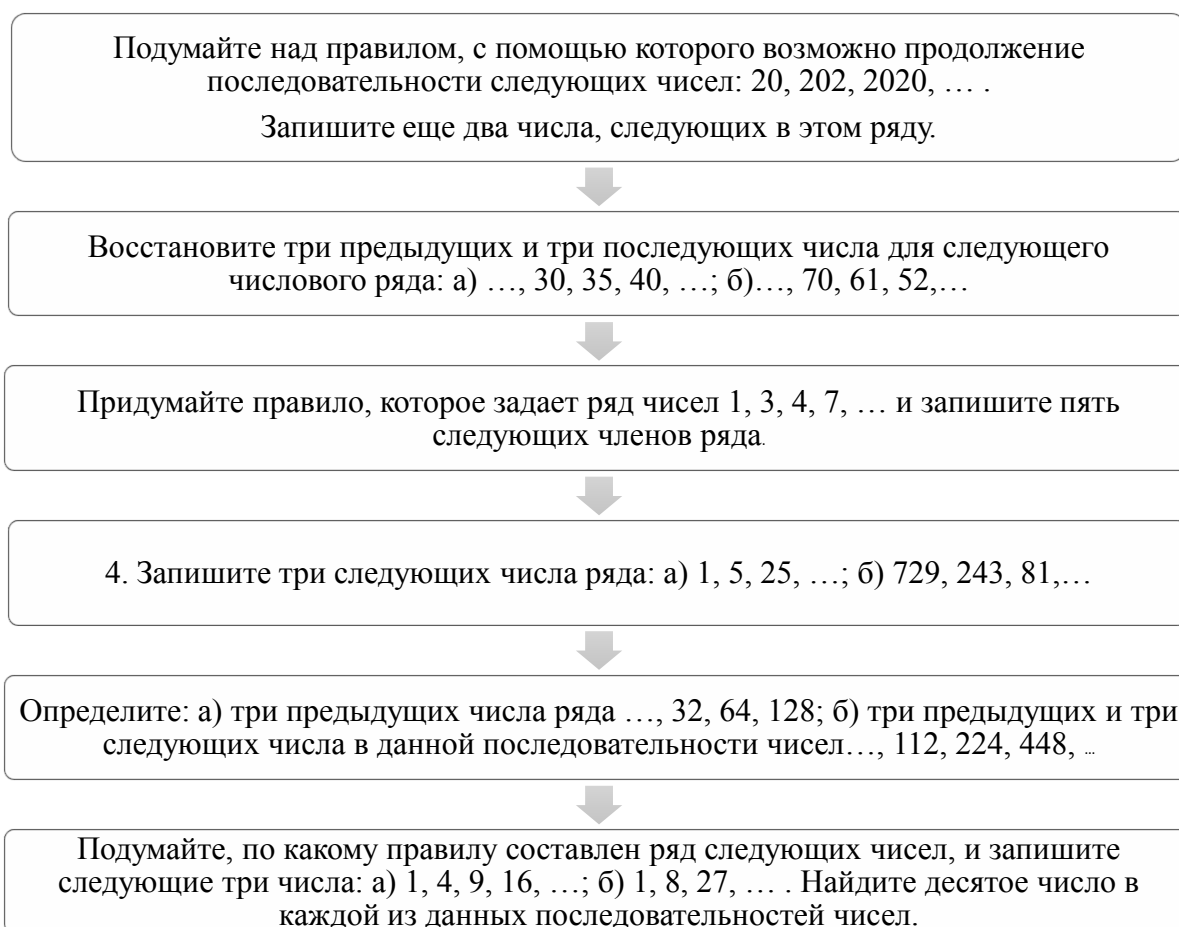


Рисунок 29 – Система исследовательских задач на выявление закономерностей

Таким образом, нами рассмотрены методы конструирования системы исследовательских задач. Подобранны исследовательские задачи в систему для организации исследовательской деятельности учащихся в 5-6 классах. Отметим, что данная технология конструирования систем исследовательских задач может быть использована и на других темах курса.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В современной научно-методологической литературе имеют место множество определений понятия исследовательской деятельности. В каждом толковании этих терминов есть что-то общее сближающее их все, но в то же время прослеживается и собственное видение каждого автора, отличающее все определения друг от друга. Изучив литературу по проблеме организации исследовательской деятельности учащихся основной школы, под исследовательской деятельностью будем понимать выполнение учащимися учебных исследовательских задач с заранее неизвестным решением (А.В. Леонтович).

Средства обучения исследовательской деятельности школьников могут быть различными. Ключевыми, с нашей точки зрения, являются исследовательские задачи.

Для изучения использования исследовательских задач на уроках математики был разработан и проведен констатирующий эксперимент с целью выявить причины затруднений в организации исследовательской деятельности учащихся основной школы.

Исследование проводилось на базе Муниципального бюджетного образовательного учреждения «Основной общеобразовательной школы №5 города Лесосибирска».

Проанализировав результаты анкетирования, мы выделили следующие основные причины возникновения затруднений при организации исследовательской деятельности учащихся. Это недостаток методической литературы, содержащей исследовательские задачи; большое количество времени на подготовку к организации исследовательской деятельности учащихся; влияние на выбор заданий в учебном процессе итоговой аттестации; сложность в оценивании исследовательской работы учащихся; отсутствие опыта в организации исследовательской деятельности учащихся и ограниченное время в учебном процессе на её реализацию.



На основе анализа и интерпретации результатов констатирующего эксперимента была разработана методика применения исследовательских задач при организации исследовательской деятельности учащихся основной школы. Методика применения исследовательских задач включает в себя этапы и методы конструирования систем исследовательских задач.

Предложенная методика может быть использована учителями и студентами-практикантами при организации исследовательской деятельности учащихся основной школы.

В результате исследования цель была достигнута, поставленные задачи решены.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алексеев, Н.Г. Критерии эффективности обучения учащихся исследовательской исследовательской деятельности учащихся: Методический сборник/ Н.Г. Алексеев, А.В. Леонтович. Москва : 2001. – С. 64-68.
2. Викал, Б.А. Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики [Текст] : автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / А.Б. Викал. –Москва : 1977. – 16 с.
3. Выготский, Л.С. Собрание сочинений. Т.4. Детская психология / Л. С. Выготский; под ред. Д.Б. Эльконина. –Москва:Владос, 2004. – 294с.
4. Головизнина, Н.Л. Учебно-исследовательская деятельность как перспективное средство воспитания творческой личности / Н.Л. Головизнина // Дополнительное образование. – 2006 – №8 – С. 6–10.
5. Горбатова М.К. Методика преподавания в высшей школе. учебное пособие. / М.К. Горбатова, М.А. Назипова. – Новгород: ННГУ, 2012. – 53с.
6. Григальчик Е.К. Обучаем иначе. Стратегия активного обучения. – Минск: Современное слово, 2012. – 343с.
7. Громова, Т.В. Организация исследовательской деятельности / Т.В. Громова // Практика административной работы. – 2009. – №7 – С. 49-53.
8. Гуревич, К.М. Индивидуально-психологические особенности школьников : учебное пособие / К.М. Гуревич. – Москва : Просвещение, 2017. – 176с.
9. Далингер, В.А. Учебно-исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения математики : учебное пособие / В.А. Далингер. – Москва : Сфера, 2007. – 464 с.
10. Занков, Л.В. Избранные педагогические труды : учебное пособие / Л.В. Занков. –Москва: Дом педагогики, 1999. – 608 с.
11. Зверева, Л.Г. Проблемы преподавания математики в современной школе : пособие для учителя / Л.Г. Зверева, А.Н. Власова.–Томск :Аллея науки, 2018. – №9. – С. 51-54.

12. Зимняя, И.А. Исследовательская специфический вид человеческой деятельности : методическое пособие / И.А. Зимняя, Е.А. Шашенкова. –Ижевск: ИЦПКПС, 2001. – 103 с.
13. Иванова, Н.В. Формирование универсальных учебных действий через исследовательскую деятельность младших школьников/Н.В.Иванова // Первое сентября. – 2011. – №7.– С. 34-45.
14. Иманова, А.В. Применение активных форм и методов обучения на уроках математики : / А.В. Иманова// Вестник научных конференций. 2018. №6. С. 83 – 84.
15. Ковалева, Г.И. Варьирование как метод построения систем задач по математике / Г.И. Ковалева // Ярославский педагогический вестник. – 2009. – № 4(61). – С. 51–55.
16. Ковалева, Г.И. Приемы конструирования систем математических задач / Г.И. Ковалева // Наука и школа. – 2010. – № 2. – С. 77–81.
17. Крысько, В. Г. Социальная психология : учебник для бакалавров / В. Г. Крысько. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2019. – 553 с.
18. Левченко, И. В. Использование частично-поискового метода обучения с целью пропедевтики учебно-исследовательской деятельности учащихся / И. В. Левченко, М. А. Ломакин //Вестник московского городского педагогического университета. Серия: информатика и информатизация образования. – 2014. – № 4 (30). – С. 79–84.
19. Леонтович А. В. Учебно-исследовательская деятельность школьников как модель педагогической технологии: [Опыт учеб. комплекса на базе сред. шк. N 1333 «Донская гимназия» и Дома науч.-техн. творчества молодежи Москвы] // Школ. технологии. – 1999 – № 1-2 – С. 132 – 137.
20. Леонтьев, А.Н. О формировании способностей/ А.Н. Леонтьев. – Москва: Педагогика, 1996. – 168 с.
21. Лернер И.Я. Развивающее обучение с дидактических позиций / И.Я. Лернер // Педагогика. – 1996 – № 2 – С.15 – 16.

22. Локк, Джон Педагогические сочинения / Д. Локк ; пер. с англ. Ю. М. Давидсона ; вступ. ст. А. Ф. Шабаевой ; под ред. И. Ф. Свядковского. – Москва : Учпедгиз, 1939. – 320 с.
23. Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / С.М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – 11-е изд., дораб. – М. : Просвещение, 2020. – 272 с.
24. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова [и др.] ; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – 5-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 287 с.
25. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.] ; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2017. – 287 с.
26. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Е.А. Бунимович, Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова [и др.] ; Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение». – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2018. – 223 с.
27. Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс: учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева [и др.] – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2018. – 240 с.
28. Матюшкин, А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении/ А. М. Матюшкин // Педагогика. – 1972 – С. 170 – 186.
29. Меренкова, О. А. Научно-исследовательская работа в школе: в помощь учителю, классному руководителю: методическое пособие / О. А. Меренкова.– Москва: Перспектива, 2011. – 48 с.
30. Мерзляк, А.Г. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М. : Вентана-Граф, 2018. – 304 с.

31. Митенева, С.Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся: дисс. ... канд. пед. наук. / С. Ф. Митенева. – Вологда, 2005. – 204 с.
32. Мухина, В. С. Психологический смысл исследовательской деятельности для развития личности / В. С. Мухина // Народное образование. – 2006 – №7 – С. 123 – 127.
33. Немов, Р. С. Психология [Текст] : в 3 кн. / Р. С. Немов. – М.:Гуманит. издат. центр Владос, 2003.– Кн. 1: Общие основы психологии. – 688 с.
34. Обухов, А.С. Исследовательская позиция личности/ А. С. Обухов // Исследовательская работа школьников. 2006 № 1 С. 61 – 75.
35. Обухов, А.С. Оценка эффективности применения проектной и исследовательской деятельности в обучении/ А. С. Обухов // Исследовательская работа школьников. 2006 № 1 С. 100 – 107.
36. Оконь В. Введение в общую дидактику / В. Оконь – М.:Высшая школа, 1990. – 22 с.
37. Рыбалкина М. С., Зверева Л. Г. Формирование компетентностей на уроках математики и их влияние на развитие школьников // Слагаемые педагогической практики: Материалы IV Междунар. науч.-практ.конф. 2018. – С. 133–136.
38. Семенова, Н. А. Формирование исследовательских умений младших школьников [Текст]:автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / Семенова Н.А. – Томск: изд-во Томск. Гос. Пед. Ун-та,2007 – 22 с.
39. Серебрякова Н. А. Формирование исследовательских способностей младших школьников – [Электронный ресурс], 2019. – Режим доступа: [http://открытыйурок.рф/статьи/519\\_024/](http://открытыйурок.рф/статьи/519_024/).
40. Усова, А. В. Формирование у учащихся учебных умений [Текст] / А.В. Усова, А. А. Бобров. – М. : Знание, 1987. – 80 с.
41. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] : (утвержден приказом

Минобрнауки России от 17.12.2010 №1897. // Справочная правовая система «КонсультантПлюс». – Режим доступа: <http://www.consultant.ru>.

42. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации». – Москва : Омега , 2014. – 134с.

43. Черных, Н. В. Положение об учебно-исследовательской деятельности учащихся / Н. В. Черных // Практика административной работы в школе. –2007 – № 3 – С. 86 – 92.

44. Юдин, Э.Г. Системный подход и принцип деятельности / Э. Г. Юдин.– М.: Наука, 1978. – 342 с.