

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Лесосибирский педагогический институт –
филиал Сибирского федерального университета

Т. В. Захарова

**Методика обучения математике:
преподавание темы «Тела вращения» в условиях
профильной дифференциации обучения**

Учебное пособие

Красноярск – Лесосибирск
2024

УДК 514.1(07)
ББК 22.151.7яр73
З-382

Рецензенты:

А. П. Мохирев, доктор технических наук, профессор кафедры автомобильных дорог и городских сооружений ИСИ СФУ;

Е. Н. Яковлева, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, информатики, экономики и естествознания ЛПИ – филиала СФУ

Захарова, Т. В.

З-382 Методика обучения математике: преподавание темы «Тела вращения» в условиях профильной дифференциации обучения: учеб. пособие / Т. В. Захарова. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2024. – 69 с.

ISBN 978-5-7638-5051-2

Рассмотрена актуальная проблема – преподавание темы «Тела вращения» в условиях профильной дифференциации обучения в школе. Выделены методы, формы и приемы обучения с учетом особенностей изучения данной темы.

Предназначено для студентов направлений подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями образования)», направленности 44.03.05.34 «Математика и физика», 44.03.05.40 «Математика и экономика», 44.03.05.39 «Начальное образование и дошкольное образование».

ISBN

Электронный вариант издания см.:
<http://catalog.sfu-kras.ru>

УДК 514.1(07)
ББК 22.151.7яр73

Лесосибирский педагогический институт – филиал Сибирского федерального университета, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	4
Глава 1. Теоретические аспекты методики изучения темы «Тела вращения» старшей школе.....	6
1.1. Анализ учебников по теме «Тела вращения»	6
1.2. Основные понятия, факты и теоремы.....	9
1.3. Методы, формы и приемы обучения.....	19
Контрольные вопросы и задания.....	23
Список литературы.....	25
Глава 2. Методические аспекты методики изучения темы «Тела вращения» в условиях профильной дифференциации обучения.....	27
2.1. Теоретические основы дифференциации обучения учащихся.....	27
2.2. Методические рекомендации изучения темы «Тела вращения» в условиях профильной дифференциации обучения.....	38
2.3. Методическая разработка веб-квеста по теме «Тела вращения».....	46
Контрольные вопросы и задания.....	55
Список литературы.....	56
Приложение А. Дидактический материал по теме «Тела вращения».....	58
Приложение Б. Критерии оценивания веб-квеста.....	66

ПРЕДИСЛОВИЕ

Успешность овладения педагогической профессией будущими бакалаврами направлений 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями)», 44.03.01 «Педагогическое образование» складывается из профессиональной подготовки в вузе и самообразования.

Одной из важнейших способностей к самообразованию является умение использовать различные приемы, методы, средства обучения на уроках геометрии, владеть умениями их применять в процессе изучения геометрии.

Овладение этими умениями является одной из главных задач реализации федерального государственного образовательного стандарта нового поколения. Безусловно, одних умений для этого недостаточно, необходима целенаправленная подготовка студентов к организации и проведению уроков по математике.

Современное школьное образование представляет собой достаточно разнообразную систему дисциплин, среди которых геометрия занимает важное место, ее главной целью является: понять, как устроен мир вокруг нас, окружающая нас живая и неживая действительность, научиться ее моделировать, развивать представление учащихся об основных геометрических фигурах и их свойствах, показать практическое применение геометрических знаний в реальной жизни, формировать и развивать проведение операций над пространственными телами.

Важным классом фигур в пространстве являются фигуры, называемые телами вращения. В настоящее время примеры тел вращения можно увидеть в физике, астрономии, радиоэлектротехнике, в технике и в жизни, например, колесо автомобиля, а также других сферах науки.

Тема «Тела вращения» является неотъемлемой частью школьного курса геометрии. Важно отметить, что она является довольно непростой как в изучении и усвоении материала, так и в решении задач. Поэтому необходимо рассмотреть со студентами методические подходы к изучению темы «Тела

вращения» в условиях профильной дифференциации обучения, позволяющие студентам более быстро и точно усвоить данный материал.

В учебном пособии вначале излагаются необходимые теоретические сведения, даются определения и формулы для вычисления объемов и площадей поверхностей тел вращения, приводятся примеры.

Основное содержание пособия включает в себя методические рекомендации по изучению темы «Тела вращения» и дидактический материал по данной теме.

В завершении каждая глава сопровождается вопросами для самопроверки, позволяющими студентам провести анализ степени овладения ими теоретического материала по темам практическими заданиями. Данное учебное пособие разработано для студентов, изучающих дисциплины «Методика обучения математики», «Практикум решения задач по математике», «Развивающий потенциал школьной математики», а также для учителей старшей школы.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МЕТОДИКИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»

1.1. Анализ учебников по теме «Тела вращения»

Хорошо известно, что успехи в обучении геометрии во многом зависят от содержания и структуры используемого учебника. По одним учебникам школьники работают с удовольствием (читают, рассматривают рисунки, активно выполняют предлагаемые задания). Другие же учебные тексты воспринимаются совсем по-иному, ученики с нежеланием открывают учебник, находят нужный текст и начинают работать с ним.

Для того чтобы сравнивать содержание различных школьных учебников по геометрии, важно в первую очередь сделать акцент на том, какие цели и задачи обучения геометрии наиболее актуальны в последние годы. Также важно изучить Федеральный перечень учебников на 2024/25 учебный год.

В настоящее время к основной цели обучения геометрии помимо развития логического мышления учащихся подключают общекультурные, научные, прикладные задачи. При анализе учебников геометрии старшей школы необходимо установить, насколько каждый из них соответствует современным целям и задачам обучения геометрии. Рассмотрев тему «Тела вращения» в учебниках геометрии для старшей школы, провели анализ некоторых из них, результаты которого представлены в табл. 1, 2.

Таблица 1

Анализ понятийного аппарата

Тема	Базовый уровень			Профильный уровень	
	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. (базовый и углубленный уровень, 10– 11 класс)	Погорелов А.В. (базовый и углубленный уровень, 10– 11 класс)	Смирнов В.А., Смирнова И.М. (10 класс)	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. (10 класс)	Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. (10 класс)
Определение поверхности	+	-	+	+	+

Изображение поверхности	+	-	+	+	+
Определение конуса	+	+	+	+	+
Определение цилиндра	+	+	+	+	+
Определение шара	+	+	+	+	+
Определение сферы	+	+	+	+	+
Иллюстрации	+	+	+	+	+
Сечение поверхностей	+	+	+	+	+
Итоги	8	6	8	8	8

Таблица 2

Анализ содержания теорем и свойств

Теорема	Базовый уровень			Профильный уровень	
	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. (базовый и углубленный уровень. 10 – 11 класс)	Погорелов А.В. (базовый и углубленный уровень, 10–11класс)	Смирнов В.А., Смирнова И.М (10 класс)	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И (10 класс)	Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. (10 класс)
Площади поверхности цилиндра	+	+	-	+	+
Площади поверхности конуса	+	+	-	+	+
Площадь боковой поверхности усеченного конуса	+	-	-	+	+
Вывод уравнения сферы	+	+	-	+	+
Свойства касательной	+	+	-	+	+

Проанализировав учебники профильного и базового уровня относительно изложения теоретического материала, можно заметить, что только у А.Д. Александрова и др. [1] тела вращения рассматриваются в таком порядке: шар, цилиндр, конус. Это объясняется тем, что понятия сферы и шара находят широкое применение при введении и изучении основных понятий данной темы.

Трактовка цилиндра и конуса также отличается от принятой в большинстве школьных учебников. Так, цилиндром называется объединение параллельных отрезков, идущих из всех точек некоторой плоской фигуры до плоскости, параллельной плоской фигуре [7].

Если сравнивать трактовки цилиндра (конуса) в школьном курсе геометрии, то видно, что:

1) строгого определения цилиндра (конуса) в школьных курсах нет, дается лишь его описание;

2) во всех учебниках под цилиндром (конусом) понимается геометрическое тело, то есть ограниченная пространственная область с границей. При этом можно выделить три основных различных методических подхода к понятию цилиндра (конуса).

В учебном пособии А.В. Погорелова [6] цилиндр трактуется как тело, образованное заключенными между двумя параллельными плоскостями отрезками всех параллельных прямых, пересекающих круг в одной из плоскостей.

В курсе геометрии Л.С. Атанасяна и др. [2] сначала вводятся граница – цилиндрическая поверхность и два круга, расположенных определённым образом относительно этой поверхности – ограниченной пространственной области, а уже затем цилиндр как тело, ограниченное рассмотренной поверхностью.

Третий подход заключается в том, что цилиндр сразу определяется как тело вращения. Следует добавить, что в некоторых курсах [14, 10, 8] вводится понятие «прямой круговой цилиндр».

Каждый из путей имеет свои преимущества: при наглядности первого подхода, второй – более «рабочий» в том смысле, что в дальнейшем широко используется понятие боковой поверхности цилиндра. Трактовка цилиндра как тела вращения обязательно должна быть рассмотрена при любом изложении темы. Именно этот путь дает широкие возможности для показа связи теории с практикой (табл. 3).

Анализ задачного материала

Задача	Базовый уровень			Профильный уровень	
	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. (базовый и углубленный уровень; 10–11 класс)	Погорелов А.В. (базовый и углубленный уровень; 10–11 класс)	Смирнов В.А., Смирнова И.М (10 класс)	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И (10 класс)	Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. (10 класс)
Усвоение понятия и его определения	+	+	+	+	+
Усвоение теоремы и ее свойства	+	+	+	+	+

Итак, подводя итоги анализа учебников можно сказать, что тема «Тела вращения» наиболее доступно представлена в учебнике под редакцией Л.С. Атанасян. В учебнике реализован принцип преемственности с традициями российского образования в области геометрии. При изложении теоретического материала соблюдаются принципы систематичности, последовательности изложения. Учебник характеризует хорошо подобранная система задач, включающая типовые задачи к каждому параграфу, дополнительные задачи к каждой главе и задачи повышенной трудности. Красочное оформление рисунков, таблиц, чертежей помогает учащимся лучше усвоить геометрический материал.

1.2. Основные понятия, факты и теоремы

Конус, цилиндр и шар являются основными видами круглых тел. Каждый школьник имеет о них представление, так как с раннего детства довольно часто встречается с предметами, имеющими коническую, цилиндрическую или шарообразную форму.

Прямые круговые конус и цилиндр, а также шар являются представителями класса тел вращения [11].

Цилиндр и конус изучаются обычно по единой схеме, шар и сфера занимают особое место среди тел вращения. Именно при изучении шара и его поверхности наиболее полно используются знания учащихся о круге и окружности, полученные из курса планиметрии и других школьных дисциплин [5].

Телом вращения называется тело, полученное в результате вращения некоторой фигуры (обычно плоской) вокруг прямой. Это прямая называется осью вращения [11].

При изучении фигур вращения очень велико значение чертежа. Чертеж является основным средством иллюстрации, развития пространственного воображения [5].

Весь круг вопросов по теме «Тела вращения» можно условно разделить на две группы:

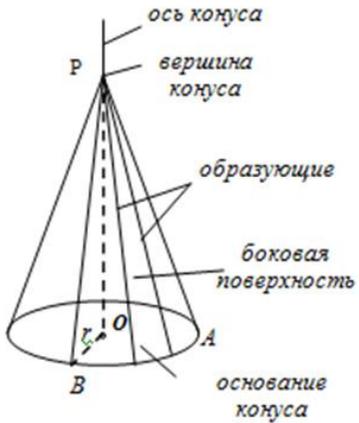
1. Цилиндр и конус: а) определение, поверхность, симметрия, касательная плоскость, сечение осевое и перпендикулярное оси; б) объём; в) площади боковой и полной поверхности.

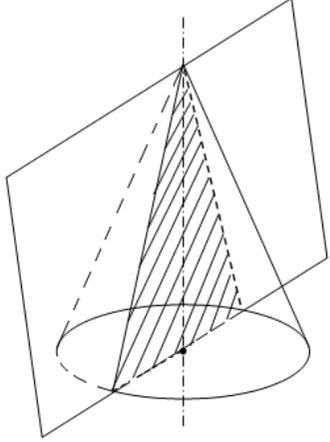
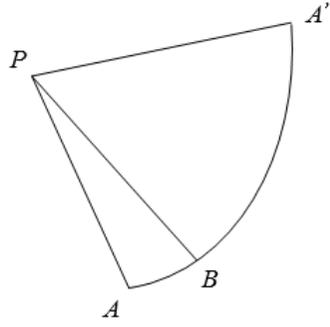
2. Шар и сфера: а) определение, симметрия, сечение, касательная плоскость; б) объём шара; в) площадь сферы [8].

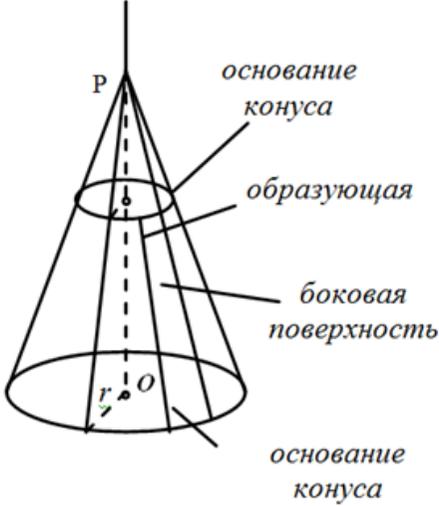
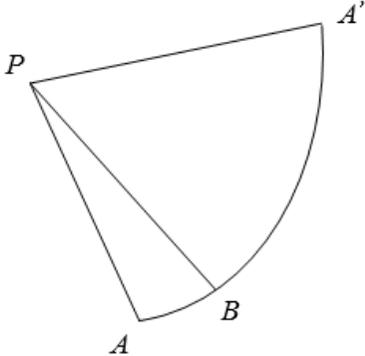
Рассмотрим основные понятия, теоремы и свойства в табл. 4–6.

Таблица 4

Конус

Термин	Определение	Рисунок
Конус (прямой, круговой)	Тело, полученное в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов (прямой, содержащей катет).	 <p>The diagram shows a cone with a dashed vertical line representing the axis, labeled 'ось конуса'. The top point is labeled 'P' and 'вершина конуса'. The base is a circle with center 'O' and points 'A' and 'B' on its circumference. A radius 'r' is shown from 'O' to 'A'. A line from 'P' to 'A' is labeled 'образующие'. The entire curved surface is labeled 'боковая поверхность', and the base is labeled 'основание конуса'.</p>
Коническая поверхность	Боковая поверхность конуса	
Круг	Основание конуса	
Ось конуса	Прямая OP , проходящая через центр основания и вершину	

<p>Сечение, которое представляет собой равнобедренный треугольник, основание которого диаметр основания конуса, а боковые стороны – образующие конуса.</p>		
<p>Развертка боковой поверхности конуса</p>	<p>Круговой сектор, радиус которого равен образующей конуса, а длина дуги сектора – длине окружности основания сектора.</p>	

<p>Усечённый конус</p>	<p>Тело полученное вращением трапеции, один из углов которой является прямым, вокруг боковой стороны, прилегающей к этому углу</p>	
<p>Теорема</p>		
<p>Формулировка</p>	<p>Основная часть</p>	<p>Рисунок</p>
<p>Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.</p>	$S_{\text{бок}} = \pi r l$	

Площадь боковой поверхности усеченного конуса равна произведению полусуммы длин окружностей оснований на образующую

$$S_{\text{бок}} = \pi(r + r_1)l.$$

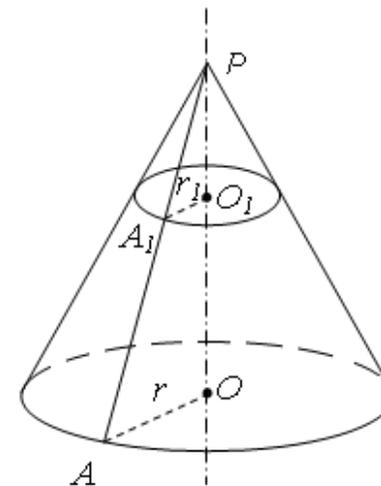
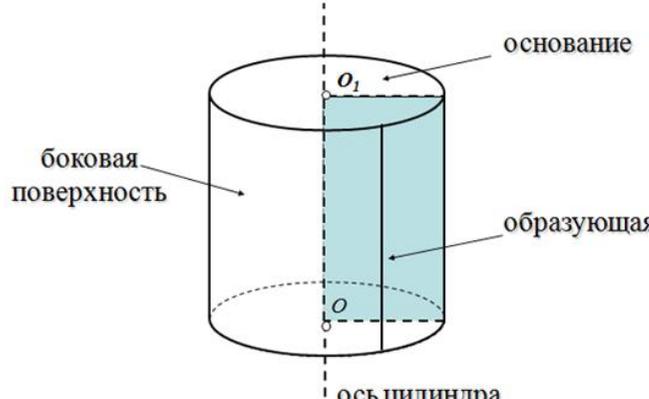
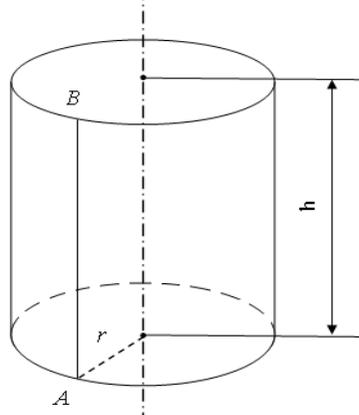


Таблица 5

Цилиндр

Термин	Определение	Рисунок
Цилиндр	Тело вращения, получающееся в результате вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон (прямой, содержащий сторону). При этом указанная сторона образует ось цилиндра.	
Цилиндрическая поверхность	Боковая поверхность цилиндра, а круги – основания цилиндра	
Теорема		
Формулировка	Основная часть	Рисунок
Площадью полной поверхности цилиндра называется сумма площадей боковой поверхности и двух оснований.	$S_{\text{цил}} = 2\pi r(r + h).$	

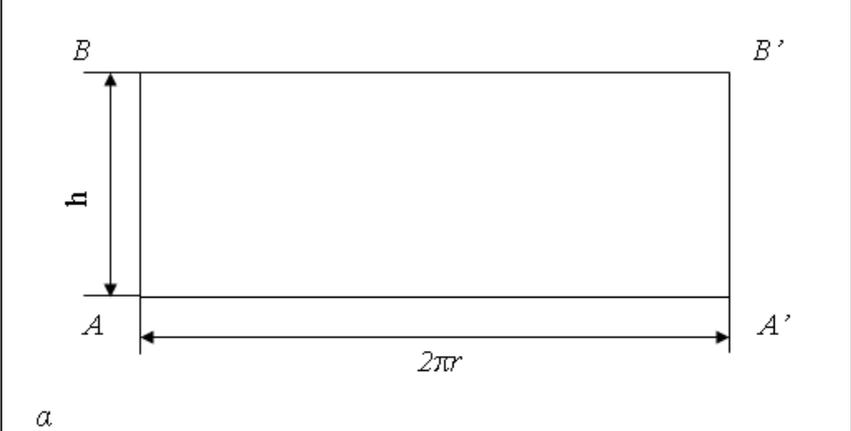
Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту цилиндра	$S_{\text{бок}} = 2\pi r h.$	
---	------------------------------	---

Таблица 6

Сфера и шар

Термин	Определение	Рисунок
Сфера	Поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки. Данная точка называется центром сферы, а данное расстояние – радиусом сферы.	

Диаметр сферы	Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр.	
Шар	Тело вращения, полученное при вращении круга (или полукруга) вокруг диаметра	
<p>В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_0; y_0; z_0)$ имеет вид</p> $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2.$		
Взаимное расположение сферы и плоскости		
$d < R$	<p>Тогда $R^2 - d^2 > 0$, и уравнение $x^2 + y^2 = R^2 - d^2$ является уравнением окружности радиуса $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ с центром в точке O на плоскости Oxy. Итак, если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность. <i>Сечение шара</i> плоскостью есть круг. Если секущая плоскость проходит через центр шара, то $d = 0$ и в сечении получается круг радиуса R, т.е. круг, радиус которого равен радиусу шара. Такой круг называется большим кругом шара. Если секущая плоскость не проходит через центр шара, то $d > 0$ и радиус сечения $r = \sqrt{R^2 - d^2}$, очевидно, меньше радиуса шара.</p>	
$d = R$	<p>Тогда $R^2 - d^2 = 0$, и уравнению $x^2 + y^2 = R^2 - d^2$ удовлетворяют только значения $x = 0, y = 0$. Итак, если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.</p>	
$d > R$	<p>Тогда $R^2 - d^2 < 0$, и уравнение $x^2 + y^2 = R^2 - d^2$ не удовлетворяют координатам никаких точек. Следовательно, если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.</p>	

Теорем		
Формулировка	Основная часть	Рисунок
<p>Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.</p>	<p>Рассмотрим плоскость α, касающуюся сферы с центром O в точке A. Докажем, что радиус OA перпендикулярен к плоскости α.</p> <p>Предположим, что это не так. Тогда радиус OA является наклонной к плоскости α и, следовательно, расстояние от центра сферы до плоскости α меньше радиуса сферы. Поэтому сфера и плоскость пересекаются по окружности. Но это противоречит тому, что плоскость α – касательная, т.е. сфера и плоскость α имеют только одну общую точку. Полученное противоречие доказывает, что радиус OA перпендикулярен к плоскости α.</p> <p>Теорема доказана.</p>	
<p>Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.</p>	<p>Из условия теоремы следует, что данный радиус является перпендикуляром, проведенным из центра сферы к данной плоскости. Поэтому расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, и, следовательно, сфера и плоскость имеют только одну общую точку. Это и означает, что данная плоскость является касательной к сфере. Теорема доказана</p>	

При изучении темы «Тела вращения» обращают внимание на такие типичные ошибки обучающихся, как например: построение сечений конуса различными плоскостями; нахождение площади боковой поверхности; построение сечений цилиндра различными плоскостями; решение задач на построение сечения и нахождение элементов; нахождение отличий сферы от шара; выведение уравнения сферы; определение взаимного расположения сферы и плоскости.

1.3. Методы, формы и приёмы обучения

В последнее время в теории обучения сделан шаг в развитии понятия метода, а также в его конкретизации.

Методы обучения – это способы совместной деятельности учителя и учащихся, направленные на решение задач обучения, т.е. дидактических задач [13].

Метод обучения характеризуется тремя признаками:

- 1) цель обучения;
- 2) способ усвоения;
- 3) характер взаимодействия субъектов обучения [13].

Каждый отдельно взятый метод обучения имеет определенную логическую структуру – индуктивную, дедуктивную или индуктивно-дедуктивную. Об этом свидетельствуют результаты фундаментальных исследований И.Я. Лернера в этой области. Логическая структура метода обучения зависит от построения содержания учебного материала и учебной деятельности учащихся.

Методы обучения классифицируют по источнику получения знаний. В соответствии с таким подходом выделяют:

- а) словесные методы (источником знаний является устное или печатное слово);

б) наглядные методы (источником знаний являются наблюдаемые предметы, явления, наглядные пособия);

в) практические методы (учащиеся получают знания и вырабатывают умения, выполняя практические действия).

При изучении темы «Тела вращения» в старшей школе часто используются наглядные методы обучения, так как они способствуют усвоению учебного материала, находящегося в существенной зависимости от применяемых в процессе обучения наглядных пособий и технических средств [4].

При изучении тел вращения наглядные методы можно использовать как способ развития пространственного мышления и воображения учащихся.

Наглядные методы обучения условно можно подразделить на две большие группы: метод иллюстраций и метод демонстраций.

Метод иллюстраций предполагает показ ученикам иллюстративных пособий, плакатов, таблиц, картин, карт, зарисовок на доске, плоских моделей и пр.

Метод демонстраций обычно связан с демонстрацией технических установок, кинофильмов, диафильмов и др.

Также на уроках по данной теме можно использовать словесные и практические методы, но в меньшей мере.

Методы реализуются в педагогической действительности в различных формах: в конкретных действиях, приемах, организационных формах и т. п. При этом методы и приемы жестко не привязаны друг к другу.

Формой обучения принято называть организацию учебно-познавательной деятельности учащихся, которая соответствует различным условиям её проведения и используется учителем в процессе воспитывающего обучения [12].

К формам обучения относят:

а) классно-урочную систему обучения (урок, лабораторная работа, лекция, семинар, экскурсия);

б) внеурочную работу (домашние задания, летние работы, практические работы).

Приём обучения – понятие операционного уровня, его можно определить как разновидность выполнения дидактической операции [13]. Приёмы обучения разнообразны по своей структуре и индивидуализированы по характеру исполнения, поскольку каждый преподаватель может внести свои особенности в реализацию одной и той же операции.

Рассмотрим некоторые приёмы обучения [9].

Мозговой штурм

Этот приём заключается в коллективной творческой работе с целью решения определенной сложности проблемы. Всех учащихся объединяет совместная работа над поиском истины.

Ассоциативные схемы

Традиционно считается, что новый материал лучше запоминается в письменном виде. Мозг запоминает информацию тогда, когда она представлена в виде определенных моделей, схем и ассоциаций.

На листе бумаги пропишите основные моменты любой темы в форме дерева.

1. Начинайте схему в центре листа с главного элемента, лучше всего символа, от которого ответвляются другие элементы.

2. Записывайте только одно слово или символ для обозначения одного пункта, который хотите запомнить, одну главную тему для каждой ветви.

3. На одной ветке разместите лучиками родственные пункты.

4. Для похожих тем берите карандаши или маркеры одного цвета.

5. Рисуйте столько рисунков и символов, сколько сможете.

6. Когда закончите рисовать ветку с ответвлениями, обведите ее цветной линией.

Регулярно дополняйте каждую схему. Легче начинать с общего, а затем выстраивать ассоциативную схему, переходя к конкретному, когда узнаете что-нибудь новое по теме.

Диктант для шпионов

Этот методический прием позволяет развивать зрительную память, тренирует внимательность и ответственность за конечный результат. Класс делят на 5–6 команд. Текст диктанта делят на столько же частей. Листы с текстом прикрепляют к стенам подальше от команды, для которой они предназначены. Каждый из членов команды становится «шпионом». Он подходит к тексту (столько раз, сколько нужно), читает его, запоминает, возвращается к команде и диктует им свою часть. Команды соревнуются, побеждает та группа, которая закончит работу раньше и не сделает ошибок (или допустит их меньшее количество).

Лото

Этот методический прием тоже требует предварительной подготовки. На листах плотной бумаги или картона большими буквами записывают формулы (условные знаки, словарные слова и т. д.), которые были изучены на предыдущих уроках. Затем лист бумаги разрезают так, чтобы на каждой части бумаги остались отдельные цифры, буквы, математические (химические, географические) знаки. Разрезанные части лото (в двух экземплярах) перемешивают на столе. Учитель вызывает двух учеников к столу и предлагает составить формулы (слова). Побеждает тот, кто это сделает быстрее и правильнее. В игру можно ввести рефери, который оценит и прокомментирует результаты. Этот методический прием идеально подходит для индивидуальной работы (тихого опроса). Разложите на столе перед учеником, который по каким-то причинам стесняется отвечать при всех, лото и попросите собрать его за определенное время. Таким образом, вы проверите его знания.

Найди ошибку

Если проверяемый материал хорошо знаком учащимся, то этот методический прием способствует возникновению ситуации успеха на уроке.

А если материал новый, то успешные поиски ошибки, подкрепленные искренней похвалой учителя, позволят детям почувствовать себя исследователями и экспертами.

Учитель в своем сообщении допускает ошибки, которые необходимо найти, или зачитывает тексты, в которых дана явно искаженная информация или запутанные определения, маршруты, последовательность изложения, героям приписаны чужие мысли и поступки, предложены неверные толкования событий и процессов.

Учитель просит найти в предложенном тексте (задаче, задании) ошибки. Можно указать количество ошибок.

Таким образом, если правильно подобрать методы, формы и приёмы обучения можно сделать урок достаточно интересным. В современных условиях особое внимание уделяется применению такого средства наглядности, как компьютер (планшет) индивидуального пользования. Компьютеры (планшеты) позволяют учащимся наглядно увидеть в динамике многие процессы, которые раньше усваивались из текста учебника, дают возможность моделировать определенные процессы и ситуации, выбирать из ряда нескольких решений наиболее оптимальные по определенным критериям, т.е. значительно расширяют возможности наглядных методов в учебном процессе.

Контрольные вопросы и задания

1. Какова роль материала о геометрических телах в школьном курсе геометрии?

2. Основная цель изучения этого материала.

3. Какие вопросы рассматриваются в действующих школьных учебниках?

4. Какие подходы к определению понятия «геометрическое тело» можно выделить?

5. По какому единому плану осуществляется изложение материала о каждом геометрическом теле?

6. Выделите основные виды задач, имеющиеся в школьных учебниках по данной теме.

7. Составьте систему упражнений для 9 класса (пропедевтический курс) подготавливающих к изучению темы «Тела вращения» в 10 классах.

8. Покажите возможности параллельного изучения тем.

Вариант 1	Вариант 2
Призмы и пирамиды	Цилиндра и конуса

9. Что должны знать и уметь учащиеся после изучения тем?

Вариант 1	Вариант 2
Призмы, пирамиды	Цилиндра, конуса, шара, сфера

10. Выделите (по любому учебнику) круг опорных задач по теме.

Вариант 1	Вариант 2
Цилиндр, конус	Шар

11. Дайте алгоритм и образец оформления решения задач по теме «Понятие цилиндра».

12. Дайте алгоритм и образец оформления решения задач по теме «Понятие конуса».

13. Дайте алгоритм и образец оформления решения задач по теме «Сфера и шар».

14. Разработайте методику изучения теоремы, исходя из того, что организация изучения теоремы включает мотивацию, ознакомление с фактом, отраженным в теореме, усвоение содержания теоремы, поиск пути доказательства, применение, связь с ранее доказанными фактами.

Вариант 1	Вариант 2
Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости	Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере

15. Составьте систему устных упражнений по готовым чертежам.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
Понятие цилиндра	Понятие конуса	Площадь сферы	Уравнение сферы

16. Составьте серию устных и письменных упражнений для этапа введения.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Понятие цилиндра	Понятие конуса	Площадь сферы

17. Приведите примеры использования средств обучения на этапе закрепления изучения тел вращения.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Понятие цилиндра	Понятие конуса	Площадь сферы

18. Какие вопросы необходимо повторить при изучении темы «Тела вращения» по учебнику Атанасяна Л.С. в 11 классе.

Список литературы

1. Александров А. Д. Геометрия: учебник для 10 класса с углубленным изучением математики / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик. М.: Просвещение, 1999. 239 с.

2. Атанасян Л. С. Геометрия 10–11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. 12-е изд. М. : Просвещение, 2003. 206 с.

3. Бабанский, Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе / Ю. К. Бабанский. М.: Просвещение, 1985. 208 с.

4. Гуманитарный класс перестаёт бояться математики. Урок-сказка «Элементы тел вращения» // Математика в школе, 1997. № 4. С. 22.

5. Мишин В. И. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика: учебное пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. / А. Я. Блох, В. А. Гусев, Г. В. Дорофеев и др.; сост. В. И. Мишин. М.: Просвещение, 1987. 416 с.

6. Погорелов А. В. Геометрия 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и профильный уровни / А. В. Погорелов. 13-е изд. М.: Просвещение, 2014. 175 с.

7. Подходова Н. С. Методика обучения математике: учебник для академического бакалавриата: в 2 ч. Ч. 1 / Н. С. Подходова и др.; под ред. Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. М.: Юрайт, 2018. 274 с.
8. Саакян С. М. Изучение темы «Цилиндр, конус, шар» в 11 классе / С. М. Саакян, В. Ф. Бутузов // Математика в школе. 2002. № 5. С. 25.
9. Садкина, В. И. 101 педагогическая идея. Как создать урок / В. И. Садкина. М.: Основа, 2013. 87 с.
10. Смирнов И. М. Геометрия: учебное пособие для 10–11 кл. естеств. – науч. профиля обучения / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. М.: 2001. 239 с.
11. Учимся решать задачи: «Многогранники и круглые тела» // Математика, 1999. № 3. С. 28–29.
12. Филатова О.М. Типология форм обучения / О. М. Филатова // Известия ПГПУ, 2008. №7 (11). С. 154–158.
13. Формы, методы и средства обучения [Электронный ресурс]: Режим доступа: <https://texts.news/knigi-pedagogike-uchebniki/lektsiya-formyimetodyi-sredstva-67787.html>.
14. Шарыгин, И. Ф. Геометрия. 10–11 класс: учебное пособие для общеобразоват. учеб. заведений / И.Ф. Шарыгин. М.: Дрофа, 1999. 208 с.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ» В УСЛОВИЯХ ПРОФИЛЬНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

2.1. Теоретические основы дифференциации обучения учащихся

Современной модификацией технологии полного усвоения можно считать уровневую дифференциацию, разработанную московскими и петербургскими педагогами в середине 1980-годов. Дифференциация в переводе с латинского *difference* означает «разделение, расслоение целого на различные части, формы, ступени».

Дифференциация обучения – это организация учебного процесса, при которой учитываются индивидуально-типологические особенности личности (способности общие и специальные, уровень развития, интересы, психофизиологические свойства нервной системы и т.д.), характеризуется созданием групп учащихся, в которых содержание образования, методы обучения, организационные формы различаются.

Дифференциация обучения включает:

- создание разнообразных условий обучения для различных школ, классов, групп с целью учета особенностей их контингента;
- комплекс методических, психолого-педагогических и организационно управленческих мероприятий, обеспечивающих обучение в гомогенных группах.

В практике обучения выделяют две формы дифференциации: внешняя и внутренняя. Внешняя дифференциация – создание на основе определенных принципов (интересов, склонностей, способностей, достигнутых результатов, проектируемой профессии) относительно стабильных групп, в которых содержание образования и предъявляемые к школьникам учебные требования различаются. Внешняя дифференциация может осуществляться либо в рамках селективной системы (выбор профильного класса или класса с углубленным

изучением цикла предметов), либо в рамках элективной системы (обязательный выбор определенного числа учебных предметов и свободный выбор факультативов).

Внутренняя (уровневая) дифференциация – совокупность методов, форм и средств обучения, организуемых с учетом индивидуальных особенностей учащихся на основе выделения разных уровней учебных требований. При этом предусматривается планирование последовательного достижения школьниками различных уровней усвоения знаний при овладении всеми учащимися обязательным базовым уровнем подготовки. Внутренняя дифференциация – необходимая черта процесса обучения во всех классах всех типов школ. Внутренняя дифференциация основана на максимальном учете индивидуальных особенностей учащихся: вариативность темпа изучения материала, дифференциация учебных заданий, выбор разных видов деятельности, определение характера и степени дозировки помощи со стороны учителя. При этом возможно внутриклассное разделение учащихся на группы с целью осуществления учебной работы с ними на разных уровнях и разными методами, но эти группы являются мобильными, гибкими, подвижными. Внутренняя дифференциация может осуществляться как в традиционной форме учета индивидуальных особенностей учащихся (дифференцированный подход), так и в форме системы уровневой дифференциации на основе обязательных результатов обучения.

Виды дифференциации определяют из тех признаков (оснований), которые лежат в основе разделения учащихся на группы. Традиционные виды дифференциации – это дифференциация по общим и специальным способностям, интересам, проектируемой профессии.

В дифференциации по типу внутриклассной выделяют следующие виды: по способностям (формы – задания различного уровня сложности, дозирование помощи учителя), интересам, проектируемой профессии, а также уровневая дифференциация. Внутренняя дифференциация по индивидуально-физиологическим особенностям учеников существует обычно в форме

индивидуального подхода к ним, когда учитываются их психофизиологические особенности (преобладающий тип памяти, особенности мыслительных операций, темперамент и т.д.)

Внутренняя дифференциация предполагает условное деление класса:

- по уровню умственного развития (уровню достижений);
- по личностно-психологическим типам (типу мышления, темпераменту и т.д.).

Дифференцированное обучение требует от учителей изучения индивидуальных способностей и учебных возможностей (уровень развития внимания, мышления, памяти и т.д.) учащихся, диагностики их уровня знаний и умений по определенному предмету, что дает возможность осуществлять дальнейшую индивидуализацию с целью достижения коррекционного эффекта. Диагностика учебных возможностей, которую провели специалисты, дополняет картину.

Наиболее широко в практике распространена внутриклассная дифференциация обучения, при которой внутри разнородного класса создаются группы учащихся по каким-либо признакам, чаще – по обучаемости, т.е. по легкости и скорости усвоения учебного материала. Внутриклассная дифференциация выражается в заданиях различного уровня сложности, дозировании помощи учителя ученикам. Это мягкая, гибкая форма дифференцированного обучения, комфортная для учащихся, дающая им возможность переходить из группы в группу. Группы выделяются неявно, внимание учащихся на них не акцентируется. Однако в условиях внутриклассной дифференциации различное построение учебного процесса возможно в основном на этапе закрепления и обобщения знаний. Объяснение же нового учебного материала происходит одинаково для всех, учитель при этом ориентируется на «среднего» ученика, что тормозит развитие «сильных» и создает дополнительные трудности для «слабых».

Разновидность внутриклассной дифференциации – дифференциация уровневая, при которой ученик получает право и возможность выбирать

уровень усвоения учебного материала (но не ниже минимального). Уровни усвоения предъявляются ученикам в форме перечня знаний, умений и навыков, которые они должны приобрести, образцов задач, которые должны научиться решать. Но и при этой форме дифференциации объяснения для всех учеников даются опять же на одном, чаще среднем или повышенном уровне. Для совершенствования данной формы дифференцированного обучения предлагалось повторять объяснение нового материала три раза (сначала на уровне минимальных требований, затем – обогатив материал, и, наконец, на уровне его углублённого изучения). Заметим, что уровневая дифференциация применима только в старших классах, в которых ученики сознательно подходят к выбору уровня усвоения.

Уровневая дифференциация позволяет работать как с отдельными учениками, так и с группами, сохраняет детский коллектив, в котором происходит развитие личности. Ее характерными чертами являются: открытость требований, предоставление учениками возможности самим выбирать уровень усвоения материала и переходить с одного уровня на другой. Система работы учителя по этой технологии включает в себя различные ступени: выявление отставаний в ЗУН; ликвидацию их пробелов; устранение причин неуспеваемости; формирование интереса и мотивации к учебе; дифференцирование (по степени трудности) учебных задач и оценок деятельности ученика.

Технология дифференцированного обучения представляет собой совокупность организационных решений, средств и методов дифференцированного обучения, охватывающих определенную часть учебного процесса. Внедрение дифференцированного обучения потребовало от психологов построения системы психодиагностики в школе, которая позволила с большей степенью достоверности определить уровень развития конкретного ребенка.

Основная цель использования технологии уровневой дифференциации – обучение каждого на уровне его возможностей и способностей, что дает каждому учащемуся возможность получить максимальные по его способностям

знания и реализовать свой личностный потенциал. Данная технология позволяет сделать учебный процесс более эффективным.

Уровневая дифференциация обучения предполагает ознакомление школьников с обязательными требованиями (принцип открытости обязательных требований). Это создает основу для осознанного индивидуального выбора содержания образования, превышающего этот уровень, обеспечивает индивидуально избранную траекторию, возможно, более полного развития ученика в соответствии с его способностями и интересами.

Осуществляя дифференцированный подход, учитель, руководствуется следующими требованиями:

- создавать атмосферу, благоприятную для учащихся;
- активно общаться с учащимися для того, чтобы учебный процесс был мотивирован;
- давать возможность ребенку учиться согласно своим способностям;
- предлагать обучающимся различных уровней усвоить соответствующую их возможностям программу (каждому «взять» столько, сколько он может).

Именно уровневая дифференциация считается важнейшим средством реализации индивидуального подхода к обучающимся в процессе обучения.

Организация учителем внутриклассной дифференциации предполагает несколько этапов:

- определение критерия, на основе которого выделяются группы учащихся;
- проведение диагностики по выбранному критерию;
- распределение обучающихся по группам с учетом результатов диагностики;
- выбор способов дифференциации, разработка разноуровневых заданий;
- реализация дифференцированного подхода к школьникам на различных этапах урока;

- диагностический контроль результатов работы, в соответствии с которым может изменяться состав групп и характер дифференцированных заданий.

В работе со школьниками целесообразно использовать два основных критерия дифференциации:

обученность – это определенный итог предыдущего обучения, т.е. характеристики психического развития ребенка, которые сложились у него к сегодняшнему дню;

обучаемость – характеристика его потенциального развития.

Показателями обученности могут служить достигнутый учеником уровень усвоения знаний, умений и навыков, качества знаний и навыков (например, осознанность и обобщенность), способы и приемы их приобретения.

Понятие «обучаемость» обосновано в трудах Б.Г. Ананьева, Н.А. Менчинской, З.И. Калмыковой, А.К. Марковой и других ученых. Оно трактуется ими как восприимчивость школьников к усвоению новых знаний и способам их добывания, готовность к переходу на новые уровни умственного развития и ансамбль интеллектуальных свойств человека, от которого при прочих равных условиях зависит успешность его обучения.

Если обученность является характеристикой интеллектуального развития, т.е. того, чем уже располагает ученик, то обучаемость – характеристика его потенциального развития. С этой точки зрения понятие «обучаемость» близко понятию к понятию «зона ближайшего развития», предложенного Л.С. Выгодским.

По результатам диагностирования класс делим по уровням:

Первая группа – ученики с высокими учебными способностями (ведут работу с материалом большей сложности, требующим умения применять знания в незнакомой ситуации и самостоятельно, творчески подходить к решению задач), возможностями, показателями успеваемости по определенным предметам, умеющие хорошо работать. Ученики с уравновешенными процессами возбуждения и торможения. Они обладают устойчивым

вниманием, при наблюдении вычленяют признаки предмета; в результате наблюдения у них формируется первоначальное понятие. В ходе обучения успешно осваивают процессы обобщения, владеют большим словарным запасом.

Вторая группа – учащиеся со средними способностями (выполняют задания первой группы, но с помощью учителя по опорным схемам), показателями обучаемости, интеллектуальной работоспособностью, учебной мотивацией, интересом. Ученики с преобладанием процессов возбуждения над процессами торможения. Не могут самостоятельно выделять признаки предмета, их представления бедны и отрывочны. Чтобы запомнить материал, им необходимы многократные повторения. Внешне их психические особенности проявляются в торопливости, эмоциональности, невнимательности и несообразительности. Для этих детей трудны задания на обобщение, так как уровень их аналитического мышления низок.

Третья группа – учащиеся с низкими учебными способностями (требуют точности в организации учебных заданий, большего количества тренировочных работ и дополнительных разъяснений нового на уроке), сформированностью познавательного интереса, мотивацией учения, показателями успеваемости, а также быстрой утомляемостью, большими пробелами в знаниях, частым игнорированием заданий. Такие ученики попадают в разряд «слабых». Они медлительны, апатичны, не успевают за классом. При отсутствии к ним индивидуального подхода они совершенно теряют интерес к учебе, отстают от класса, хотя на самом деле могут учиться успешно.

Важно, что при дифференцированном процессе обучения возможен переход учащихся из одной группы в другую, т.е. состав группы не закреплён навсегда. Переход обусловлен изменением в уровне развития ученика, способностью восполнения пробелов и повышением учебной направленности, выражающейся в интересе к получению знаний.

Состав групп позволяет адаптировать содержание учебных программ к возможностям конкретных учащихся, помогает разработать педагогическую

технологии, ориентированную на «зону ближайшего развития» каждого школьника, что, в свою очередь, создает благоприятные условия для развития личности учащихся, формирования положительной мотивации к учению, адекватности самооценки.

Выделение трех групп учеников в классе в значительной мере помогает учителям в подборе разноуровневых заданий для них. Каждое задание предполагает определенные цели и требования. Уровневая дифференциация обучения широко применяется на разных этапах учебного процесса: изучение нового материала; дифференцированная домашняя работа; учет знаний на уроке; текущая проверка усвоения пройденного материала; самостоятельные и контрольные работы; организация работы над ошибками; уроки закрепления.

Основная опасность применения рассматриваемой технологии связана с возможностью для ученика ограничиться в обучении уровнем минимальной компетентности. Поскольку в указанном случае для многих из них было бы невозможно пребывание в «зоне ближайшего развития», составляющее, как показал Л.С. Выготский, внутренний механизм развивающего обучения. Эта опасность реальна, так как связана и с тем обстоятельством, что для учителя необходимость обеспечения повышенного по сравнению с минимальным уровнем хотя бы у части школьников требует определенной дополнительной работы. Методическая компетентность учителя в этом случае позволит не только провести анализ готовности учащихся к работе в рамках этой технологии, но и учесть многие положительные и отрицательные аспекты.

Следует отметить, что немаловажную роль в процессе усвоения учебного материала играет способ восприятия информации, поскольку этот фактор влияет на скорость и способ усвоения информации. В тех случаях, когда материал подается способом, не воспринимаемым обучающимися, и темпом, заведомо им недоступным, эффективность самого передового урока с применением новаторских приемов и методов будет низкой, и, наоборот, традиционная форма организации урока при учете индивидуальных способов восприятия информации даст высокий результат.

В зависимости от особенностей восприятия и переработки информации людей условно можно разделить на следующие категории:

- визуалы – воспринимают большую часть информации с помощью зрения;
- аудиалы – в основном получают информацию через слуховой канал;
- кинестетики – воспринимают большую часть информации через другие ощущения (обоняние, осязание и др.) и с помощью движений.

Чтобы распознать ведущий канал восприятия и переработки информации нужно обращать внимание на словарь общения, направление взгляда, особенности внимания и запоминания.

Словарь общения. Визуал в своей речи употребляет существительные, глаголы, прилагательные, связанные в основном со зрением (смотреть, наблюдать, картина, на первый взгляд, прозрачный, яркий, красочный, как видите и т.д.). Для аудиала характерно употребление слов, связанных со слуховым восприятием (голос, послушайте, обсуждать, молчаливый, тишина, громкий, благозвучный и т. д.). Словарь кинестетика в основном включает слова, описывающие чувства или движения (схватывать, мягкий, теплый, прикосновение, гибкий, хороший нюх и пр.).

Направление взгляда. У визуалов при общении взгляд направлен в основном вверх, у аудиалов – по средней линии, у кинестетиков – вниз.

Особенности внимания. Кинестетику вообще трудно концентрировать свое внимание, его можно отвлечь чем угодно; аудиал легко отвлекается на звуки; визуалу шум практически не мешает.

Особенности запоминания. Визуал помнит то, что видел, запоминает картинками, образами. Аудиал – то, что обсуждал; запоминает слушая. Кинестетик помнит общее впечатление. Запоминает двигаясь.

Рекомендации по работе с детьми различного типа восприятия информации:

- от визуала можно требовать быстрого решения задач;
- от аудиала – немедленного повторения услышанного им материала;

- от кинестетика – лучше не ждать ни того, ни другого, он нуждается в другом отношении, ему нужно больше времени и терпения со стороны учителей и домашних;

- визуалу – разрешить иметь под рукой листок, на котором он в процессе осмысления и запоминания материала может чертить, штриховать, рисовать и т.д.;

- аудиалу – не делать замечания, когда он в процессе запоминания издает звуки, шевелит губами, так ему легче справиться с заданием;

- кинестетика – не заставлять сидеть долгое время неподвижно; обязательно давать ему возможность моторной разрядки (сходить за мелом, журналом, писать на доске, дома – сходить в другую комнату и т.д.); запоминание материала у него легче происходит во время движения;

- с визуалом – использовать слова, описывающие цвет, размер, форму, местоположение; выделять цветом различные пункты или аспекты содержания; записывать действия, используя схемы, таблицы, наглядные пособия и др.;

- с аудиалом – использовать вариации голоса (громкость, паузы, высоту), отражать телом ритм речи (особенно головой) со скоростью, характерной для этого типа восприятия;

- с кинестетиком – использовать жесты, прикосновения и типичную для них медленную скорость мыслительных процессов; помнить, что кинестетики обучаются посредством мышечной памяти; чем больше преувеличения, тем лучше для запоминания; позволять им проигрывать в ролях части вашей информации.

Положительные аспекты:

приспособление (адаптация) обучения к особенностям различных групп учащихся;

исключение неоправданных и нецелесообразных для общества уравниловки и усреднения детей;

помощь слабому, больше внимания сильному учащемуся;

отсутствие в классе отстающих учеников снимает необходимость в снижении общего уровня преподавания;

возможна более эффективная работа с трудными учащимися;

реализация желания сильных учащихся быстрее и глубже продвигаться в образовании.

Кроме того, повышается уровень Я-концепции: сильные утверждают в своих способностях, слабые получают возможность испытывать учебный успех, избавиться от комплекса неполноценности; повышается уровень мотивации ученья в сильных группах.

К отрицательным аспектам можно отнести такие:

слабые учащиеся лишаются возможности тянуться за более сильными, получать от них помощь;

перевод в слабые группы воспринимается детьми как унижение их достоинства;

несовершенство диагностики приводит порой к тому, что в разряд слабых переводятся неординарные дети;

понижение уровня Я-концепции: в элитарных группах возникает иллюзия исключительности, эгоистический комплекс, в слабых группах снижается уровень самооценки, появляется установка на фатальность своей слабости;

понижение уровня мотивации ученья в слабых группах;

перекомплектование порой разрушает классные коллективы.

Технология уровневой дифференциации, используемая опытными учителями, позволяет изменить вектор преподавания, помочь в самоопределении учащимся, подготовить их к определению в будущем того направления, в котором они смогут себя наиболее полно реализовать.

2.2. Методические рекомендации изучения темы «Тела вращения» в условиях профильной дифференциации обучения

Теоретический материал раздела о телах вращения по объему бывает невелик. Однако тут вводится много новых понятий, способы их введения, методы изучения тоже весьма различны.

В настоящее время тела вращения изучаются во втором полугодии 10 класса. Всего на тему отводится 19 часов, при этом предусмотрено проведение двух контрольных работ.

Тема «Тела вращения» усваивается учащимися на достаточном уровне, однако анализ знаний учащихся показывает, в частности, недостаточно сформированные навыки в решении стереометрических задач, ошибки и недочеты при выполнении графической части заданий, неумение проводить теоретические обоснования отдельных этапов решения, не всегда корректное использование теоретического материала, неаккуратно выполненные записи. Отрицательно сказывается на результатах работы отсутствие прочных вычислительных навыков у учащихся, утрата основных знаний и умений по курсу планиметрии.

Для лучшего усвоения материала можно использовать различные приёмы обучения в условиях профильной дифференциации, которые смогут как упростить способ запоминания, так и разнообразить, сделать интереснее ход урока.

Приёмы обучения

Этапы	Приём	Пример
Мотивация	1. Мозговой штурм.; 2. Контрольные вопросы.	<p style="text-align: center;">Вопросы и задания для беседы с учащимися по теме «Цилиндр»</p> <p>Вопросы и задания для третьей группы учащихся:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Объясните, что называется цилиндром, круговым цилиндром. Назовите его основные элементы, дайте им определение. 2. Дайте определение прямого цилиндра. Назовите его основные элементы. 3. Что такое осевое сечение цилиндра? 4. Сколько осевых сечений цилиндра проходит через каждую его образующую? 5. Может ли осевое сечение цилиндра быть: а) прямоугольником; б) квадратом; в) трапецией? 6. Имеет ли цилиндр: а) центр симметрии; б) ось симметрии; в) плоскость симметрии? Укажите их в каждом случае. Сколько их? Покажите на модели. 7. Какая плоскость называется касательной к цилиндру? 8. Сколько касательных плоскостей проходит через образующую цилиндра? <p>Задания для второй группы учащихся:</p> <ol style="list-style-type: none"> 9. Пусть MN_1 – образующая цилиндра, t – касательная к окружности основания в точке N. Докажите, что плоскость, определяемая прямыми MN_1 и t, является касательной к цилиндру. 10. Какой фигурой надо заменить прямоугольник $ABCD$, чтобы при ее вращении вокруг прямой AB получился: а) полый цилиндр; б) стакан; в) форма для выпечки кекса (без крышки)? <p>Вопросы и задания для первой группы учащихся:</p> <ol style="list-style-type: none"> 11. Сформулируйте и докажите теорему о сечении цилиндра плоскостью, перпендикулярной его оси. 12. Цилиндр пересечен двумя параллельными плоскостями, не пересекающими его основания. Какими свойствами обладают полученные сечения? <p style="text-align: center;">Вопросы для беседы с учащимися по теме «Конус»</p> <p>Вопросы и задания для третьей группы учащихся:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Приведите примеры предметов, имеющих форму конуса или усеченного конуса. 2. Какой фигурой является ортогональная проекция конуса: <ol style="list-style-type: none"> А) на плоскость его основания; Б) на плоскость осевого сечения; В) на касательную плоскость? <p>Вопросы для второй группы учащихся:</p>

3. На каком расстоянии от вершины конуса надо провести плоскость, параллельную основанию, чтобы в сечении цилиндра получился круг, площадь которого в 2 раза меньше площади основания?
4. Какой должна быть высота конуса, осевое сечение которого имеет ту же площадь, что и его основание?
5. Существует ли сечение конуса плоскостью, параллельной основанию, площадь которого равна осевому сечению?

Вопросы для первой группы учащихся:

6. Заполните таблицу.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
l		5		2,5	2	2,5				$\sqrt{6}$		
r	1,5					2	10					3
h	2	3						6				
S			$25\sqrt{3}$	1								4,5
α			30°		$\frac{\pi}{6}$				45°	$\frac{\pi}{4}$		
C								45	24		120	
β							200				180°	

l – образующая конуса, r – радиус его основания, h – высота, S – площадь осевого сечения α – угол образующей с осью, C – длина окружности основания, β – центральный угол развертки боковой поверхности.

7. Даны три луча с общим началом S . Существует ли конус с вершиной S , образующие которого лежат на данных лучах? Как его построить?

8. Имеет ли коническая поверхность центр симметрии, ось симметрии, плоскость симметрии? Сколько их?

Вопросы для беседы с учащимися по теме «Шар. Сфера»

Вопросы и задания для третьей группы учащихся:

1. Что называется шаром, сферой?
2. Что такое радиус шара, диаметр шара?
3. Какие точки шара называются диаметрально противоположными?
4. Цилиндр и конус были определены как тела, образованные отрезками, определенным образом расположенными в пространстве. Сформулируйте аналогичное определение шара.

Вопросы и задания для второй группы учащихся:

5. Докажите теорему о сечении плоскостью: а) сферы; б) шара.
6. Есть ли у шара: а) центр симметрии; б) ось симметрии; в) плоскость симметрии? Сколько их? Покажите на модели.
7. Сформулируйте определение плоскости, касательной к шару.

		<p>Вопросы и задания для первой группы учащихся:</p> <p>8. Сколько общих точек имеет шар и касательная к нему плоскость? Докажите.</p> <p>9. На столе лежат два шара, имеющие общую точку. Каково расстояние от нее до плоскости стола, если: а) радиусы шаров равны; б) радиусы шаров различны?</p> <p>10. Выведите уравнение сферы.</p>	
<p>Изучение нового материала</p>	<p>1. Ассоциативные схемы (предлагается составить всем учащимся класса, затем обсудить, у кого более полно отражена информация).</p>		
<p>Усвоение и закрепление изученного</p>	<p>1. Диктант для шпиона (для третьей группы). 2. Найди ошибку (для второй группы). 3. Лото (для первой группы).</p>	<p>Теорема для первой группы</p> <p>За площадь боковой поверхности конуса принимается площадь ее развертки. Выразим площадь $S_{бок}$ боковой поверхности конуса через его образующую l радиус основания r. Площадь кругового сектора – развертки боковой поверхности конуса равна $\frac{\pi l^2}{360} \alpha$, где α – градусная мера дуги ABA', поэтому</p>	<p>Теорема для второй группы</p> <p>Площадь боковой поверхности усеченного конуса равна произведению полусуммы длин окружностей оснований на образующую. Выразим площадь $S_{бок}$ боковой поверхности усеченного конуса через его образующую l и радиусы r и r_1 оснований ($r > r_1$). Пусть P – вершина конуса, из которого получен усеченный конус, AA_1 – одна из образующих</p>

		$S_{\text{бок}} = \frac{\pi l^2}{360} \quad (1)$ <p>Выразим α через l и r. Так как длина дуги ABA' равна $2\pi r$ (длине окружности основания конуса), то $2\pi r = \frac{\pi l^2}{180} \alpha$, откуда $\alpha = \frac{360r}{l}$. Подставив это выражение в формулу (1), получим</p> $S_{\text{бок}} = \pi r l, \quad (2)$ <p>Таким образом, площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую.</p>	<p>усеченного конуса, O и O_1 — центры оснований. Используя формулу (2), получаем</p> $S_{\text{бок}} = \pi r \cdot PA - \pi r_1 \cdot PA_1 = \pi r(PA_1 + AA_1) - \pi r_1 \cdot PA_1.$ <p>Отсюда, учитывая, что $AA_1 = l$, находим</p> $S_{\text{бок}} = \pi r l + \pi(r - r_1)PA_1. \quad (3)$ <p>Выразим PA_1 через l, r и r_1. Прямоугольные треугольники PO_1A_1 и POA подобны, так как имеют общий острый угол P, поэтому</p> $\frac{PA_1}{PA} = \frac{r_1}{r}, \text{ или } \frac{PA_1}{PA_1 + l} = \frac{r_1}{r}.$ <p>Отсюда получаем</p> $PA_1 = \frac{lr_1}{r - r_1}.$ <p>Подставив это выражение в формулу (3), приходим к формуле</p> $S_{\text{бок}} = \pi(r + r_1)l.$
Контроль знаний.	1. Контроль путем выбора задач.	<p>Найди ошибку:</p> $S_{\text{цил}} = 2\pi r(r + h)$ $S_{\text{бок}} = 2\pi r h$ $S_{\text{бок}} = \pi r l$ $S_{\text{кон}} = \pi r(r + l)$ $S_{\text{бок}} = \pi r(r + r_1)l$ $S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$ $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$	<p>I уровень.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 64π, а диаметр основания 8. Найдите высоту цилиндра. 2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 72π, а высота цилиндра 9. Найдите радиус основания. 3. Высота конуса равна 16, а длина образующей — 20. Найдите диаметр основания конуса.

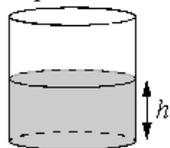
4. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую и радиус увеличить в 3 раза?

5. Даны два шара. Диаметр первого шара в 8 раз больше диаметра второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

II уровень

1. Осевым сечением цилиндра является квадрат. Площадь основания цилиндра равна 36π см². Вычислите высоту цилиндра

2. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости равен 45 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 3 раза больше, чем диаметр первого?



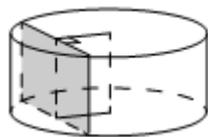
3. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости равен 50 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз больше, чем диаметр первого?

4. Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 3 и 6, а второго — 4 и 9. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого?

5. Даны два шара с радиусами 8 и 2. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности другого?

III уровень

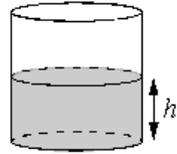
1. Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



2. Объём конуса равен 27. Через точку, делящую высоту конуса в отношении 1:2, считая от вершины,

проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью.

3. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости равен 50 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз больше, чем диаметр первого?

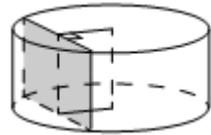


4. Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 3 и 6, а второго — 4 и 9. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого?

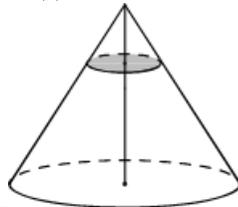
5. Даны два шара с радиусами 8 и 2. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности другого?

III уровень

1. Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.

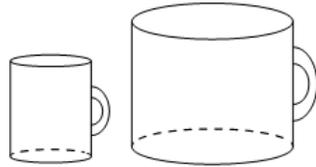


2. Объём конуса равен 27. Через точку, делящую высоту конуса в отношении 1:2, считая от вершины, проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью.



3. Однородный шар диаметром 3 см имеет массу 162 грамма. Чему равна масса шара, изготовленного из того же материала, с диаметром 2 см? Ответ дайте в граммах.

4. Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в четыре раза ниже второй, а вторая в полтора раза шире первой. Во сколько раз объём первой кружки меньше объёма второй?



5. Площадь сечения сферы, проходящего через центр равна 15π . Найдите площадь сферы, деленную на π .

2.3. Методическая разработка веб-квеста по теме «Тела вращения»

Образовательный веб-квест (webquest) – проблемное задание с элементами ролевой игры, для выполнения которого используются информационные ресурсы интернета [6].

Веб-квест – сайт в интернете, с которым работают учащиеся, выполняя ту или иную учебную задачу. Разрабатываются такие веб-квесты для максимальной интеграции интернета в различные учебные предметы на разных уровнях обучения в учебном процессе. Они охватывают отдельную проблему, учебный предмет, тему, могут быть и межпредметными. Особенностью образовательных веб-квестов является то, что часть или вся информация для самостоятельной или групповой работы учащихся с ним находится на различных веб-сайтах. Кроме того, результатом работы с веб-квестом является публикация работ учащихся в виде веб-сайтов или защита презентаций [6].

Структура веб-квеста, требования к его отдельным элементам содержат:

1. Ясное вступление, где четко описаны главные роли участников или сценарий квеста, предварительный план работы, обзор всего квеста.

2. Центральное задание, где четко определен итоговый результат самостоятельной работы.

3. Список информационных ресурсов (в электронном виде – на компакт-дисках, видео- и аудионосителях, в бумажном виде, ссылки на ресурсы в интернете, адреса веб-сайтов по теме), необходимых для выполнения задания.

4. Роли. Учащимся должен быть представлен список ролей (от 2 и более), от лица которых они могут выполнить задания. Для каждой роли необходимо прописать план работы и задания.

5. Описание процедуры работы, которую необходимо выполнить каждому участнику квеста при самостоятельном выполнении задания (этапы).

6. Описание критериев и параметров оценки веб-квеста.

7. Руководство к действиям, где описывается, как организовать и представить собранную информацию.

8. Заключение, где суммируется опыт, который будет получен участниками при выполнении самостоятельной работы над веб-квестом [4].

Работа с квестом включает в себя три этапа:

1. *Начальный этап (командный)*. Учащиеся знакомятся с основными понятиями по выбранной теме. Распределяются роли в команде: по 1–4 человека на 1 роль. Все члены команды должны помогать друг другу и учиться работе с компьютерными программами.

2. *Ролевой этап*. Индивидуальная работа в команде на общий результат. Участники одновременно в соответствии с выбранными ролями выполняют задания. Так как цель работы не соревновательная, то в процессе работы над веб-квестом происходит взаимное обучение членов команды умениям работы с компьютерными программами и интернетом. Команда совместно подводит итоги выполнения каждого задания, участники обмениваются материалами для достижения общей цели — создания сайта.

3. *Заключительный этап*. Команда работает совместно под руководством педагога, ощущает свою ответственность за опубликованные в интернете результаты исследования. По результатам исследования проблемы формулируются выводы и предложения. Проводится конкурс выполненных работ, где оцениваются понимание задания, достоверность используемой информации, ее отношение к заданной теме, критический анализ, логичность, структурированность информации, определенность позиций, подходы к решению проблемы, индивидуальность, профессионализм представления. В оценке результатов принимают участие как преподаватели, так и учащиеся путем обсуждения или интерактивного голосования [6].

Ключевым разделом любого веб-квеста является подробная шкала критериев оценки, опираясь на которую, участники проекта оценивают самих себя, товарищей по команде. Этими же критериями пользуется и учитель. Веб-квест является комплексным заданием, поэтому оценка его выполнения должна основываться на нескольких критериях, ориентированных на тип проблемного задания и форму представления результата.

Веб-квесты могут быть краткосрочными и долгосрочными. Целью краткосрочных проектов является приобретение знаний и осуществление их интеграции в свою систему знаний. Работа над кратковременным веб-квестом может занимать от одного до трех сеансов. Долгосрочные веб-квесты направлены на расширение и уточнение понятий. По завершении работы над долгосрочным веб-квестом, ученик должен уметь вести глубокий анализ полученных знаний, уметь их трансформировать, владеть материалом настолько, чтобы суметь создать задания для работы по теме. Работа над долгосрочным веб-квестом может длиться от одной недели до месяца (максимум двух).

Некоторые дополнения: веб-квесты лучше всего подходят для работы в мини-группах, однако существуют и веб-квесты, предназначенные для работы отдельных учеников.

Дополнительную мотивацию при выполнении веб-квестов можно создать, предложив учащимся выбрать роли (например, ученый, журналист, детектив, архитектор и т.п.) и действовать в соответствии с ними, например: если преподаватель предложил роль секретаря ООН, то этот персонаж может послать письмо другому участнику (который играет роль президента России, например) о необходимости мирного урегулирования конфликта.

Веб-квест может касаться одного предмета или быть межпредметным. Исследователи отмечают, что во втором случае данная работа эффективнее.

Формы веб-квесты также могут быть различными. Приведем наиболее популярные:

1. Создание базы данных по проблеме, все разделы которой готовят ученики.

2. Создание микромира, в котором учащиеся могут передвигаться с помощью гиперссылок, моделируя физическое пространство.

3. Написание интерактивной истории (ученики могут выбирать варианты продолжения работы; для этого каждый раз указываются два-три возможных направления; этот прием напоминает знаменитый выбор дороги у дорожного

камня русскими богатырями из былин).

4. Создание документа, дающего анализ какой-либо сложной проблемы и приглашающий учащихся согласиться или не согласиться с мнением авторов.

5. Интервью on-line с виртуальным персонажем. Ответы и вопросы разрабатываются учащимися, глубоко изучившими данную личность. (Это может быть политический деятель, литературный персонаж, известный ученый, инопланетянин и т.п.) Данный вариант работы лучше всего предлагать не отдельным ученикам, а мини-группе, получающей общую оценку (которую дают остальные учащиеся и учитель) за свою работу [4].

Для создания бланка оценки необходимо:

1. Сформулировать наиболее значимые критерии оценки. Критерии должны быть адекватны типу задания, целям и видам деятельности и в равной степени учитывать: достижение заявленной цели; качество выполнения работы; качество процесса выполнения работы; содержание и сложность задания.

2. Определить шкалу оценки, например: трех-, четырех-, пятибалльную.

3. Подготовить описание параметров оценки. Необходимо начинать с описания идеального варианта выполнения задания, а затем переходить к описанию возможных недостатков выполнения работы по каждому критерию. Требования к описанию параметров: язык описания должен быть понятен учащимся; описание должно позволять определить количественные отличия одного параметра от другого; разница между количественными показателями должна быть примерно одинаковой (например, 4 балла ставится при наличии 1-2 орфографических ошибок, 3 балла – при наличии 3-4 ошибок и т.д.)

4. При необходимости можно также указать значимость каждого критерия в общей оценке (например, в процентах) [1].

Несколько рекомендаций для разработки визитной карточки веб-квеста.

Подумайте, по какому направлению Вы бы хотели создать свой веб-квест (это учебная деятельность или внеклассная работа по предмету, может быть, это будет интегрированный веб-квесты по нескольким предметам). Определитесь с возрастной категорией учащихся (подумайте, какие навыки

работы в компьютерных программах необходимы для выполнения вашего квеста и могут ли это ваши дети). Если Вы работаете с маленькими детьми (учителя начальных классов), то возможно привлечение к работе над квестом родителей (то есть совместное выполнение заданий детей и родителей – это тоже очень интересный вариант). Тема должна быть интересна не только для Вас, но и для учащихся.

Когда Вы выбрали тему, необходимо определить направления работы. Каждое направление надо оформить в конкретную роль, которой надо будет дать интересное название (всё-таки «квест» – это своеобразная игра, головоломка, приключение, поэтому игровые, интригующие моменты здесь просто необходимы, даже в названиях ролей, например: следователи, журналисты, следопыты, исследователи, фольклористы, сказочники, путешественники, кулинары, адвокаты, искусствоведы и т. д.). Ролей должно быть больше, чем одна, для начала не надо выходить за число 5 [5].

Для каждой роли нужно прописать порядок (план) работы, иными словами – инструкции с указанием пошаговых действий, конечный результат и оформление их работы.

Нужно подумать над критериями оценки вашего веб-квеста. Вот некоторые варианты критериев, Вы можете их взять за основу, переделать под свой квест (смотрите ссылки на критерии ниже).

Самое главное в квесте – это путешествие детей по всемирной паутине в поисках ответов на вопросы квеста. Учителю необходимо дать некоторые ссылки, которые помогут учащимся найти ответы, но группы могут использовать и свои ресурсы. Поиск учителем нужных сайтов – очень кропотливая задача. Ссылки необходимо копировать и давать аннотацию к сайту.

Визитная карточка веб-квеста:

- Предмет.
- Возрастная категория учащихся.
- Центральное задание.

- Количество ролей.
- Название ролей.
- Пример пошаговой инструкции (запишите пошаговые инструкции для каждой роли).
- Список интернет-источников (запишите хотя бы два интернет-ресурса, которыми могут воспользоваться учащиеся для выполнения задания. Не забудьте написать аннотацию к каждому интернет-ресурсу).
- Критерии оценки веб-квеста.
- Предполагаемый результат.
- Напишите, что, по вашему мнению, должно стать результатом работы каждой группы.

Пошаговая инструкция по созданию веб-квест:

1. Определите тему.
2. Выберите сайт, на котором есть матрица (шаблон) для создания веб-квеста. Для начинающих можно использовать презентацию в формате Power Point на своей страничке сайта.
3. Придумайте задания.
Выберите форму, в которой ученики получают задание. Презентация (напр. программа PowerPoint – расширение .ppt). В виде текста (напр. программа Word – расширение .doc). Визуальный материал. (Набор картинок, фотографий и т.д. в виде архива – расширение .zip, .rar).
4. Продумайте систему оценивания.
5. Подберите источники информации, которыми будут пользоваться ученики для поиска ответов.
6. Разместите веб-квест на сайте.

На рис. 1–6 представлен пример разработанного сайта по теме «Тела вращения».

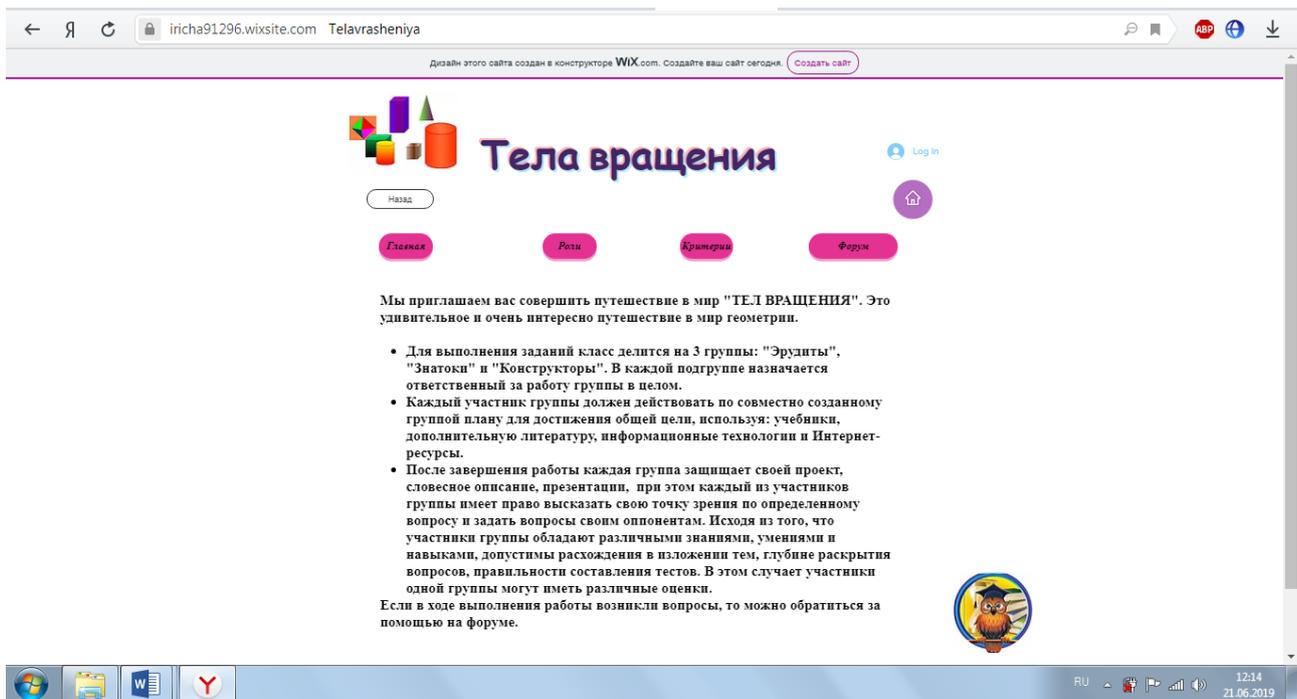


Рис. 1. Главная страница

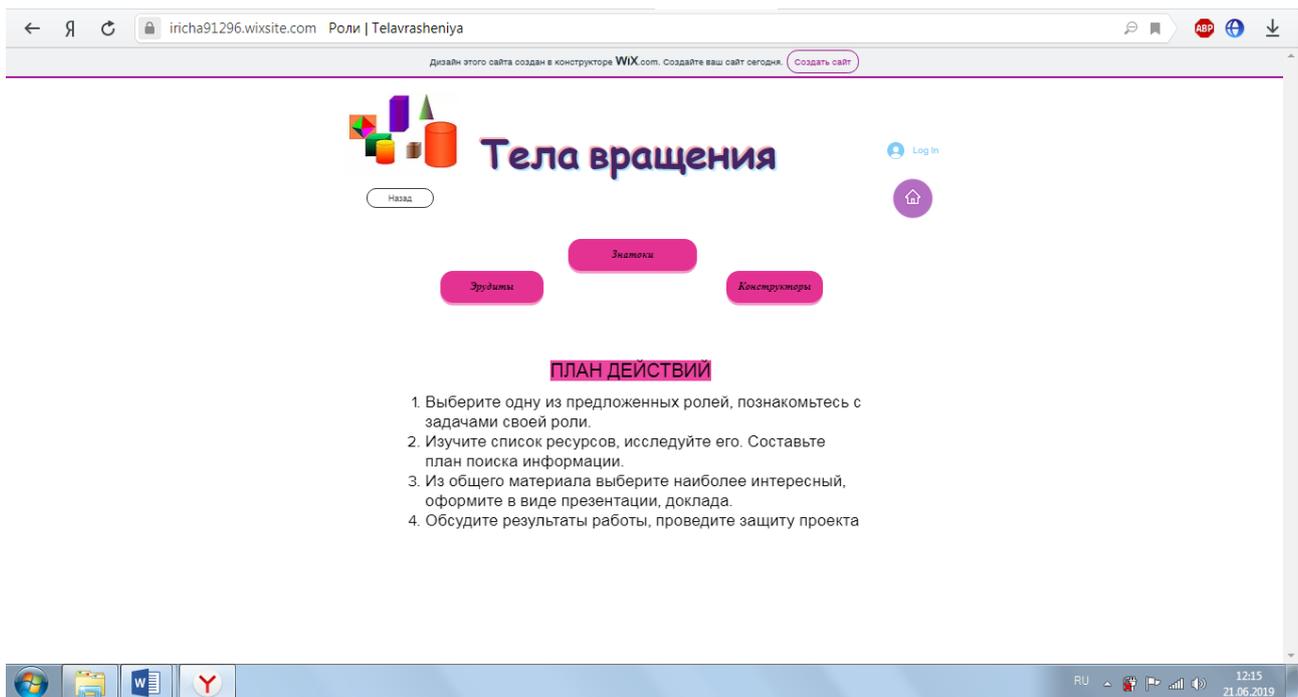


Рис. 2. Роли

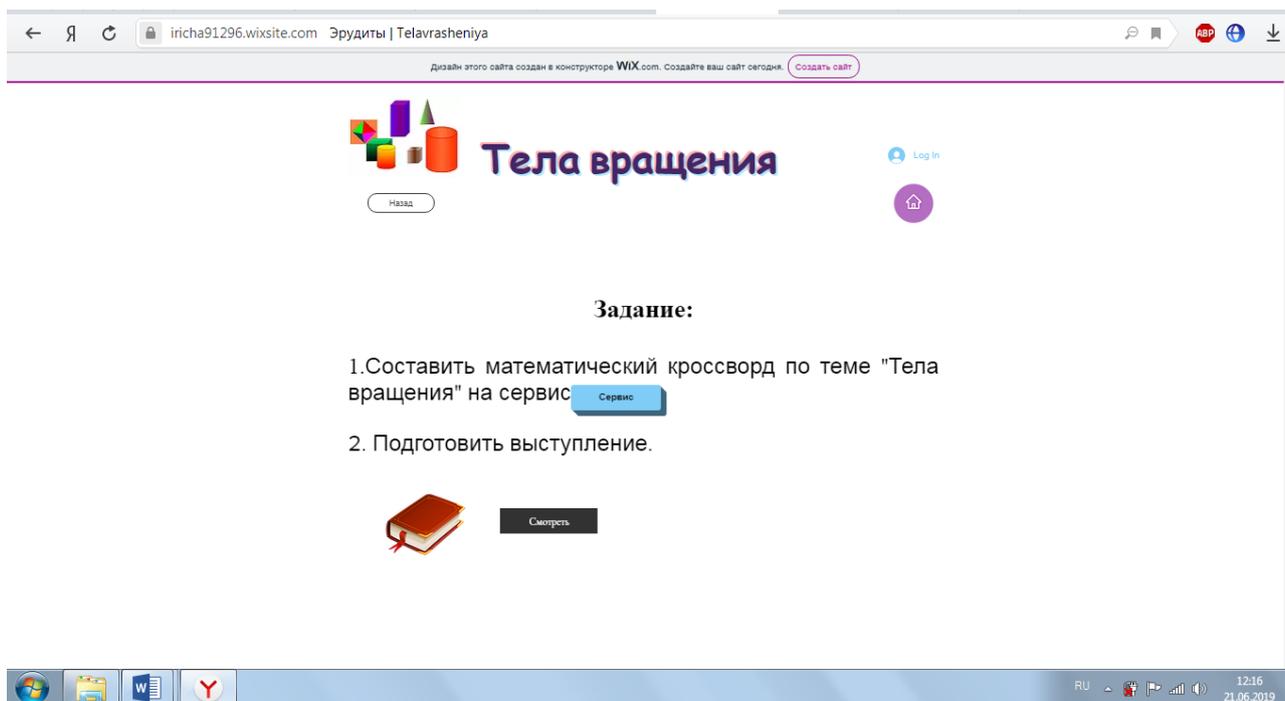


Рис. 3. Задание для первой команды

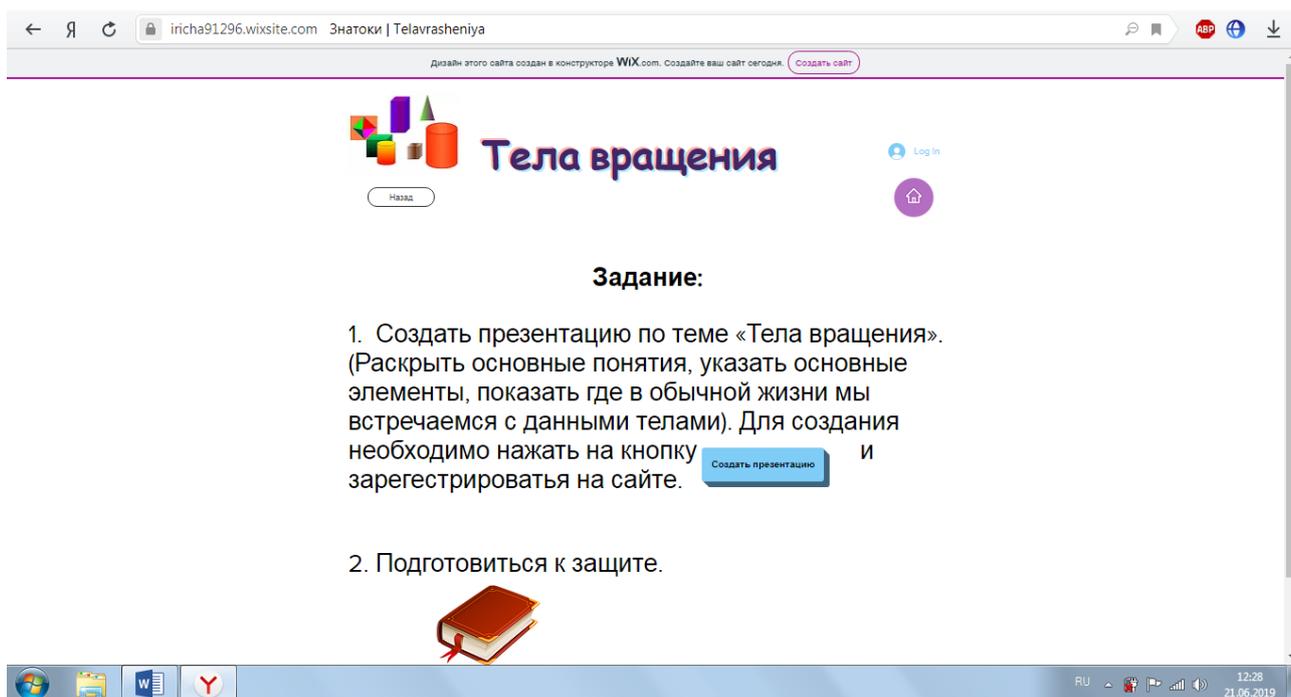


Рис. 4. Задание для второй команды

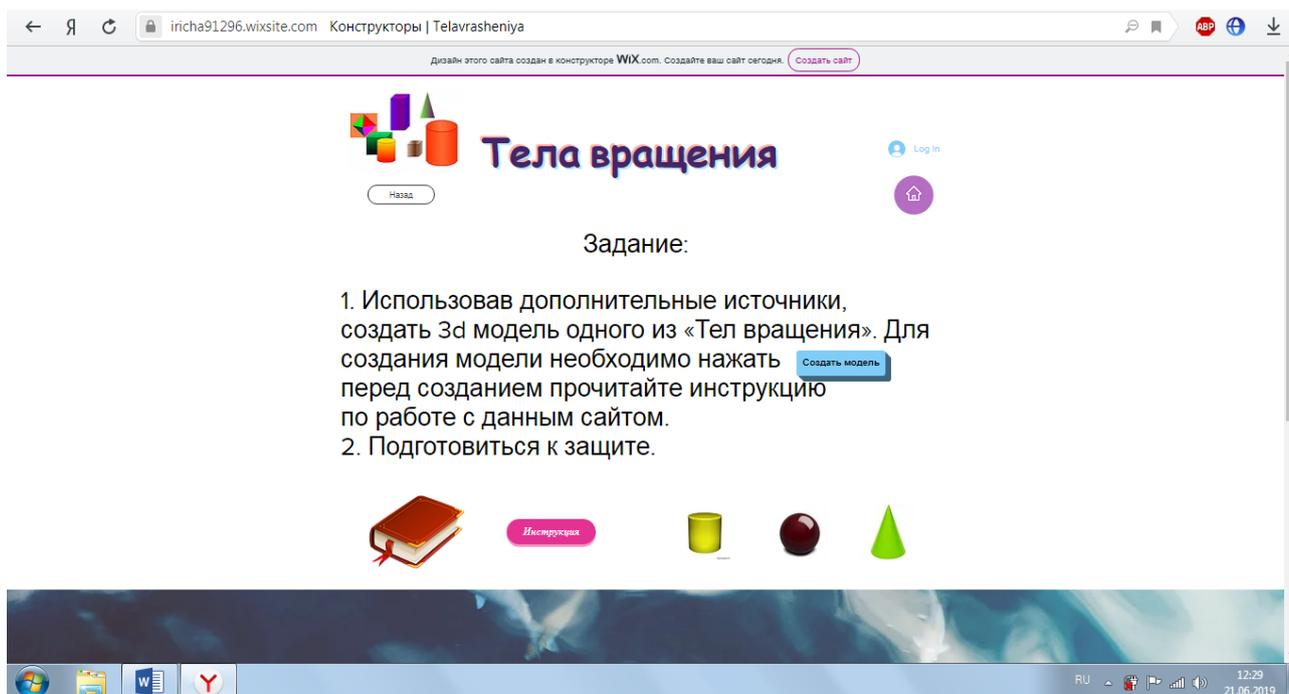


Рис. 5. Задание для третьей команды

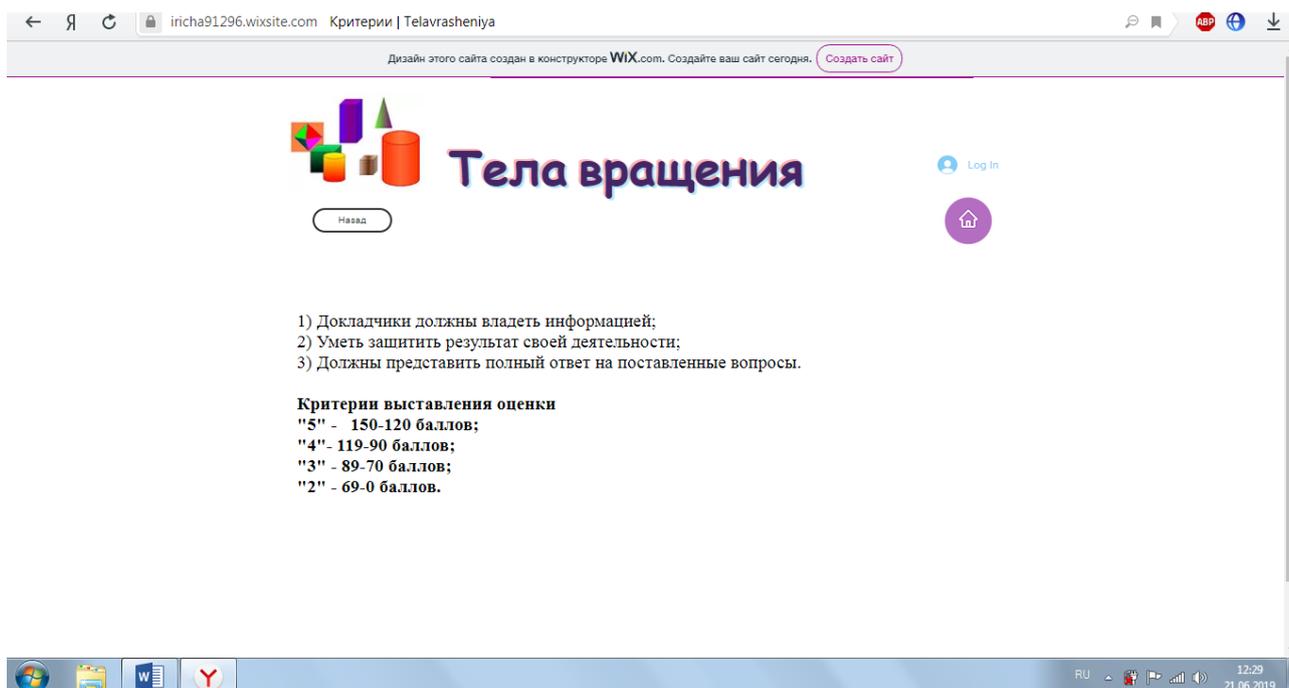


Рис. 6. Критерии оценивания

Веб-квест может быть полезен учащимся на этапе выполнения разноуровневых заданий по теме «Тела вращения». При выполнении заданий учащиеся могут познакомиться с новыми сервисами интернет-ресурсов.

Контрольные вопросы и задания

1. Поясните сущность дифференцированного обучения.
2. Определите основную цель уровневой дифференциации.
3. На какие основные группы учащихся делится класс при уровневой дифференциации?
4. Укажите достоинства и недостатки технологии уровневой дифференциации.
5. Перечислите положительные отрицательные аспекты внедрения технологии уровневой дифференциации.
6. Составьте серию задач по теме «Вычисление площадей полной и боковой поверхностей цилиндра» (для самостоятельной работы разноуровневого характера).
7. Составьте серию задач по теме «Вычисление площадей полной и боковой поверхностей конуса» (для самостоятельной работы разноуровневого характера).
8. Составьте серию задач по теме «Вычисление площадей полной и боковой поверхностей шара» (для самостоятельной работы разноуровневого характера).
9. Охарактеризуйте роль наглядности при изучении темы «Понятие цилиндра». Разработайте эскизы таблиц, которые целесообразно использовать при изучении темы (для самостоятельной работы разноуровневого характера).
10. Охарактеризуйте роль наглядности при изучении темы «Понятие конуса». Разработайте эскизы таблиц, которые целесообразно использовать при изучении темы (для самостоятельной работы разноуровневого характера).
11. Охарактеризуйте роль наглядности при изучении темы «Шар, сфера». Разработайте эскизы таблиц, которые целесообразно использовать при изучении темы (для самостоятельной работы разноуровневого характера).
12. Разработайте дифференцированные задания для обзорного урока по теме (см. таблицу).

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
Площадь поверхности цилиндра	Площадь поверхности конуса	Площадь сферы	Взаимное расположение сферы и плоскости

13. Составьте многовариантную самостоятельную работу по теме «Взаимное расположение сферы и плоскости» с учетом уровневой дифференциации.

14. Разработайте дифференцированную самостоятельную работу обучающего характера по одной из приведенных ниже тем. Продумайте:

- а) цель работы;
 - б) место ее на уроке;
 - в) продолжительность;
 - д) форму предъявления задания;
 - е) форму проведения проверки;
 - ж) поведение учителя;
- 3) учет результатов этой работы учителем.

Темы самостоятельных работ			
Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
Площадь поверхности цилиндра	Площадь поверхности конуса	Площадь сферы	Взаимное расположение сферы и плоскости

Список литературы

1. Гайдай С. Тема «Пирамида, вписанная в шар». 11 класс: Я иду на урок / С. Гайдай // Математика. – 2001. – № 22. – С. 29–31.

2. Коровин В. А. Оценка качества подготовки выпускников основной школы по физике. – 2 -е изд., стереотип/В. А. Коровин.–М.: Дрофа, 2001. – 64 с.

3. Лошнова О. Б. Уровневая дифференциация обучения / О. Б. Лошнова. – М., 1994.

4. Основные средства обучения математике. Роль компьютерных средств обучения в учебном процессе: сайт. Стерлитамакская государственная педаго-

гическая академия. Режим доступа: <https://studfiles.net/preview/5430441/page:11/>. 28

5. Петрова М.А. Решаем задачи на тему «Тела вращения» / М.А. Петрова // Математика в школе. – 2002. – № 7. – С. 45. 29

6. Серова Н. А. Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании // Электронный научный журнал. – Режим доступа: <http://infed.ru/articles/292/>.

7. Селевко Г. К. Дифференциация учебного процесса на основе интересов детей / Г. К. Селевко. – М.: Педагогика, 1996.

8. Селевко Г. К. Дифференциация обучения / Г. К. Селевко и др. Ярославль, 1995.

9. Якиманская И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. – М.: Просвещение, 1996.

Дидактический материал по теме «Тела вращения»

Модуль «Тела вращения»

Интегрирующие цели:

1. Усвоить определения понятий «цилиндр», «конус», сфера.
2. Рассмотреть особенности этих понятий.
3. Отработать умения строить сечения и находить поверхности фигур.

В результате изучения данного курса учащиеся должны:

1. Знать определения понятий цилиндра, сферы и шара.
2. Уметь строить чертёж.
3. Уметь применять полученные знания при решении задач.

Входной контроль (тест)

Цель: определить уровень готовности учащихся к дальнейшей работе.

1. Цилиндр нельзя получить вращением...
 - а) треугольника вокруг одной из сторон;
 - б) квадрата вокруг одной из сторон;
 - г) прямоугольника вокруг одной из сторон.
2. Площадь боковой поверхности цилиндра можно вычислить по формуле...

$$S = 2\pi RH; 2) S = \pi R^2 H; 3) S = \pi RH.$$

3. Сечением цилиндра плоскостью, перпендикулярной его образующей, является...

а) круг; б) прямоугольник; в) трапеция.

4. Разверткой боковой поверхности прямого кругового цилиндра может быть...

а) прямоугольник; б) ромб; в) параллелограмм.

5. Конус может быть получен вращением...

а) равностороннего треугольника вокруг его стороны;

б) прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов;

в) прямоугольного треугольника вокруг гипотенузы.

6. Площадь боковой поверхности конуса можно вычислить по формуле...

$$S = \pi Rl ; 2) S = \pi RH; 3) S = \pi lH.$$

7. Сечением конуса плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра, является...

а) треугольник; б) прямоугольник; в) круг.

8. Разверткой боковой поверхности конуса является круговой...

а) сегмент; б) сектор; в) слой.

9. Если a – образующая конуса, b – высота конуса, тогда верно, что...

а) $a b$; б) $a = b$; в) $a > b$.

10. Уравнение сферы с центром в точке $(3; - 1; 1)$ и радиусом 4 имеет вид...

а) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$;

б) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 16$;

в) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 16$.

11. Плоскость имеет со сферой только одну общую точку, если расстояние от центра сферы до плоскости...

1) больше её радиуса; 2) меньше её радиуса; 3) равно её радиусу.

12. Точки A и B принадлежат шару. Принадлежит ли этому шару любая точка отрезка AB ?

а) да; б) нет.

Таблица 1

Разработка учебных элементов по теме «Тела вращения»

Номер УЭ	Учебный элемент с указанием заданий	Руководство по усвоению учебного материала
УЭ-1	1.0 Цель: Усвоить определения: Тела вращения, цилиндр; познакомиться с элементами цилиндра. Изучить площадь поверхности цилиндра. 2.0 1.1. Запишите дату и тему урока в тетрадь. 1.2. Прочитайте по учебнику определение цилиндра, из чего он состоит (п. 59 с. 130). 1.3. Прочитайте параграф 60, и законспектируйте. Выполните задания по учебнику: №521-523 1.4. Самостоятельная работа по теме «Цилиндр»	Закройте учебник и повторите про себя по три раза то, что прочитали. Составьте опорный конспект по определениям. Составьте опорный конспект по определениям. Выберите себе пару и попробуйте рассказать друг другу записанные определения.

		Сделайте чертёж, отметьте на чертеже основные элементы. Используя определения и формулу, выполните самостоятельную работу.
УЭ-2	<p>3.0 Цель: усвоить определения конуса и его составных частей, площади полной поверхности конуса, усечённого конуса, познакомиться с теоремами о площадях боковых поверхностей конуса и усечённого конуса.</p> <p>2.1 Давайте вспомним: - Что называется цилиндром? - Назовите основные элементы цилиндра? - Как находится площадь боковой поверхности цилиндра?</p> <p>2.2 Запишите дату и тему урока в тетрадь.</p> <p>2.3 Ознакомьтесь с содержанием (п. 61, п. 62, 63 на с.135-137).</p> <p>2.4 Прочитайте теорему о площади боковой поверхности усечённого конуса.</p> <p>2.5 Выполните задания пользуясь учебником: №547, №549, №551, №553, №562, №569, №571.</p> <p>2.6 Самостоятельную работу по теме «конус»</p>	<p>Ответьте на вопросы</p> <p>Закройте учебник и повторите про себя три раза определения понятий. Составьте опорный конспект по доказательству теоремы о площади боковой поверхности конуса. Попробуйте доказать теорему самостоятельно. Используя определения и теорему, выполните самостоятельную работу.</p>
УЭ-3	<p>4.0 Цель: познакомиться с понятием сферы, рассмотреть и изучить элементы сферы, уравнение сферы. Рассмотреть взаимное расположение сферы и плоскости.</p> <p>3.1. Запишите дату и тему урока в тетрадь.</p> <p>3.2. Законспектировать параграфы 64-71</p>	
	<p>3.3. Разбор задачи Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения. Решение: 1. Так как, $d < R$, следовательно сечением шара является круг. Чтобы найти площадь круга, сначала надо найти его радиус. 2. Рассмотрим прямоугольный треугольник $АОК$. По теореме Пифагора $AK = \sqrt{AO^2 + OK^2} = \sqrt{41^2 + 9^2} = 40 \text{ дм}$</p> <p>3. Подставим значение радиуса в формулу площади круга: $S_{\text{сеч}} = \pi r^2 = \pi 40^2 = 1600\pi (\text{дм}^2)$</p> <p>Ответ: $1600\pi \text{ дм}^2$</p> <p>3.4. Прочитайте п. 72-74 3.5. Прочитайте и выполните задания № 586, 590</p>	<p>Составьте опорный конспект. Перескажите соседу по парте то, о чём было прочитано.</p> <p>Сделайте в тетради чертежи и запишите определения.</p> <p>Каждое задание необходимо выполнить на отдельном листе формата А4.</p>

		Пользуясь своим опорным конспектом. Пользуясь определениями.
УЭ-4	4.0 Цель: установить уровень усвоения темы «Тела вращения». 4.1. Запишите дату. 4.2. Ответьте на вопросы в учебнике на стр. 152 4.3. <i>Выходной контроль:</i> «Контрольная работа»	Работайте в парах. Работу выполните в тетради

Самостоятельная работа по теме «Цилиндр»

Вариант 1

1. В цилиндрический сосуд налили 5000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 18 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .

2. Объем первого цилиндра равен 66 м^3 . У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

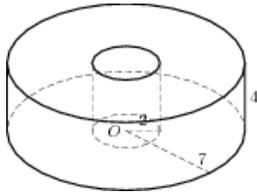
3. В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 л воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 2,5 раза. Чему равен объем детали? Ответ выразите в литрах.

4. Радиус основания цилиндра равен 3, высота равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .

5. Площадь осевого сечения цилиндра равна 18. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .

6. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 48π , а высота – 6. Найдите диаметр основания.

7. Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



Вариант 2

1. В цилиндрический сосуд налили 1900 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 19 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 8 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .

2. Объем первого цилиндра равен 16 м^3 . У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания – в 4 раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

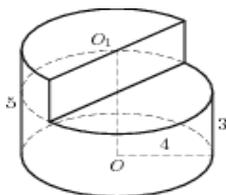
3. В цилиндрический сосуд, в котором находится 4 л воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,8 раза. Чему равен объем детали? Ответ выразите в литрах.

4. Радиус основания цилиндра равен 6, высота – 5. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .

5. Площадь осевого сечения цилиндра равна 36. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .

6. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 45π , а высота – 5. Найдите диаметр основания.

7. Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



Самостоятельная работа по теме «Конус»

Вариант 1

1. Радиус большего основания, образующая и высота усечённого конуса равны 7, 5 и 3 см соответственно. Найдите площадь осевого сечения и боковой поверхности конуса.

2. Диагональ осевого сечения усечённого конуса равна 40 см и перпендикулярна к образующей конуса, равной 30 см. Найдите площадь сечения и полной поверхности конуса.

Вариант 2

1. Радиусы оснований усечённого конуса равны 1 дм и 7 дм, а диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны. Найдите площадь осевого сечения и полной поверхности конуса.

2. Диагональ осевого сечения усечённого конуса равна 40 см и перпендикулярна к образующей конуса, равной 30 см. Найдите площадь сечения и полной поверхности конуса.

Самостоятельная работа по теме «Сфера»

Вариант 1

1. Сфера задана уравнением $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$:

а) назовите координаты центра и радиус сферы;

б) определите, принадлежат ли данной сфере точки А и В, если $A(1;3;-1)$, $B(4;0;2)$.

2. Сфера с центром в точке $O(0;1;-2)$ проходит через точку $A(-3;1;2)$. Составьте уравнение сферы и найдите координаты точек оси абсцисс, принадлежащих данной сфере.

3. Точки $A(1;2;-3)$ и $B(7;2;5)$ лежат на сфере радиуса 13. Найдите расстояние от центра сферы до прямой AB .

Вариант 2

1. Сфера задана уравнением $x^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 25$:

а) назовите координаты центра и радиус сферы;

б) определите, принадлежат ли данной сфере точки A и B , если $A(4;-3;-1)$, $B(0;1;3)$.

2. Сфера с центром в точке $O(-1;0;2)$ проходит через точку $A(1;2;1)$. Составьте уравнение сферы и найдите координаты точек оси ординат, принадлежащих данной сфере.

3. Точки $A(1;5;6)$ и $B(1;-1;-2)$ лежат на сфере, центр которой удален от середины отрезка AB на 12. Найдите радиус сферы.

Контрольная работа по теме «Тела вращения»

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат. Площадь основания цилиндра равна 16π см². Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2. Высота конуса равна 6 см. Угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите:

а) площадь боковой поверхности конуса,

б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми 30° .

3. Диаметр сферы равен $2r$. Через конец диаметра сферы проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см. Найдите площадь сечения цилиндра.

2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите:

а) площадь боковой поверхности конуса,

б) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60° .

3. Диаметр шара равен $4r$. Через конец диаметра шара проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите площадь сечения, полученного при пересечении шара данной плоскостью.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Критерии оценки веб-квеста

Критерии	Обоснование критериев	Баллы
Содержание		
Понимание задания.	1. Работа демонстрирует точное понимание задания.	10
	2. Включаются как материалы, имеющие непосредственное отношение к теме, так и не имеющие отношения к ней.	5
	3. Включены материалы, не имеющие непосредственного отношения к теме. Собранная информация не анализируется и не оценивается.	0
Полнота раскрытия темы.	1. Полно.	10
	2. Частично.	5
	3. Не раскрыта.	0
Изложение аспектов темы.	1. Изложены полно.	10
	2. Частично.	5
	3. Не изложены.	0
Изложение стратегии решения проблемы.	1. Изложена стратегия решения проблем.	10
	2. Процесс решения неполный.	5
	3. Процесс решения неточный или неправильной.	0
Логика изложения информации.	1. Логичное изложение материала.	10
	2. Нарушение логики.	5
	3. Отсутствие логики.	0
Самостоятельная работа группы		
Слаженная работа в группе	1. Четко спланированная работа группы.	5
	2. Работа группы частично спланирована.	3
	3. Не спланирована работа в группе.	0
Распределение ролей в группе.	1. Вся деятельность равномерно распределена между членами команды.	5
	2. Работа над материалом равномерно распределена между большинством участников команды.	3
	3. Несколько членов группы отвечают за работу всей команды.	0
Авторская оригинальность.	1. Уникальная работа. Содержится большое число оригинальных,	5

	изобретательных примеров. 2. В работе присутствуют авторские находки. 3. Стандартная работа, не содержит авторской индивидуальности.	3 0
Степень самостоятельности работы группы.	1. Полная самостоятельность при выполнении работы. 2. Частичная самостоятельность работы группы. 3. Несамостоятельная работа группы.	5 3 0
Оформление работы		
Грамматика, подходящий словарь, отсутствие ошибок правописания и опечаток	1. Грамотная работа с точки зрения грамматики, стилистики, орфографии. 2. Негрубые ошибки с точки зрения грамматики, стилистики, орфографии. 3. Грубые ошибки с точки зрения грамматики, стилистики, орфографии.	5 3 0
Защита работы		
Качество доклада.	1. Аргументированность основных позиций, композиция доклада логична, полнота представления в докладе результатов работы. 2. Нарушение логики выступления, неполное представление результатов работы, неполная система аргументации. 3. Не заявлены аргументы по основным позициям, полное нарушение логики, не представлены результаты исследования.	10 5 0
Объем и глубина знаний по теме.	1. Докладчики демонстрируют эрудицию, отражают межпредметные связи. 2. Докладчики грамотно излагают материал, но не показывают достаточно глубоких знаний. 3. Докладчики обнаруживают полное невладение материалом.	10 5 0
Культура речи, манера держаться перед аудиторией.	1. Докладчики уверенно держаться перед аудиторией, грамотно владеют речью, соблюдают регламент, удерживают внимание.	10

	<p>аудитории.</p> <p>2. Докладчики допускают негрубые речевые ошибки при выступлении, незначительно нарушают регламент, частично удерживают внимание аудитории.</p> <p>3. Докладчики теряются перед аудиторией, обнаруживают бедность речи, нарушают регламент, не могут удержать внимание аудитории.</p>	<p>5</p> <p>0</p>
<p>Ответы на вопросы.</p>	<p>1. Докладчики убедительно и полно отвечают на вопросы, дружелюбно держатся, стремятся использовать ответы для успешного раскрытия темы.</p> <p>2. Докладчик не на все вопросы может найти убедительные ответы.</p> <p>3. Докладчик не может ответить на вопросы или при ответах ведет себя агрессивно, некорректно.</p>	<p>10</p> <p>5</p> <p>0</p>
<p>Деловые и волевые качества докладчика</p>	<p>1. Докладчик стремится к достижению высоких результатов, готов к дискуссии, доброжелателен, контактен.</p> <p>2. Докладчик готов к дискуссии, не всегда проявляет доброжелательность.</p> <p>3. Докладчик не готов к дискуссии, агрессивен, уходит от контактов.</p>	<p>10</p> <p>5</p> <p>0</p>

Оценка «5» – 140–110

Оценка «4» – 109–80

Оценка «3» – 79–60

Оценка «2» – 59–0

Учебное издание

Захарова Татьяна Вячеславовна

Методика обучения математике:
преподавание темы «Тела вращения» в условиях
профильной дифференциации обучения

Учебное пособие

Корректор Т. И. Тайгина
Компьютерная верстка автора

Подписано в печать 16.08.2024. Формат 60x84/16
Бумага офсетная Печать офсетная
Усл. печ. л. 4,5. Тираж 50 экз.

Библиотечно-издательский комплекс
Сибирского федерального университета
660041, Красноярск, пр. Свободный, 82а
Тел. (391) 206-26-67; <http://bik.sfu-kras.ru>
E-mail: publishing_hous@sfu-kras.ru

Отпечатано в типографии МБУ «ЕГИЦ»
г. Енисейск, ул. Ленина, 101; тел.: 8(39195)26065