

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования


«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –  
филиал Сибирского федерального университета

Кафедра высшей математики, информатики и естествознания  
кафедра

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 Л.Н. Храмова  
подпись                      инициалы, фамилия


« 14 » 06 2022г.

### БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

код-наименование направления

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ НА  
УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Руководитель  10.06.22 доцент, канд. пед. наук  
подпись, дата                      должность, ученая степень

Т.В. Захарова  
инициалы, фамилия

Студент  10.06.22  
подпись, дата

М.А. Сякаева  
инициалы, фамилия

Нормоконтролер

 10.06.22  
подпись, дата

Е.Н. Яковлева  
инициалы, фамилия

Лесосибирск 2022

## РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ» содержит 63 страницы текстового документа, 50 использованных источника, 13 таблиц, 3 приложения.

ОБУЧЕНИЕ, МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ, ЭВРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБУЧЕНИЯ, УРОК.

Актуальность исследования определяется в том, что она предполагает отказ от готовых знаний, их непосредственного воспроизведения, а основывается на поиске информации самим учащимся.

Цель исследования – рассмотреть использование эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – эвристические методы обучения.

Основные задачи исследования

1. Раскрыть понятие эвристического метода обучения;
2. Рассмотреть характеристику эвристических методов обучения;
3. Организовать констатирующий эксперимент исследования, с целью проверки использования эвристических методов обучения на уроках математики учителями в основной школе;
4. На основе констатирующего эксперимента разработать методические рекомендации по использованию эвристических методов обучения на уроках математики.

В результате исследования были рассмотрены основные понятия и виды эвристических методов обучения; описаны и охарактеризованы эвристические методы обучения; разработаны методические рекомендации и конспекты уроков по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1 Теоретические основы использования эвристических методов обучения...	7
1.1 Эвристическое обучение в основной школе.....	7
1.2 Понятие и характеристика эвристических методов обучения.....	12
2 Методические рекомендации по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.....	21
2.1 Организация и методы исследования. Анализ и интерпретация результатов констатирующего эксперимента.....	21
2.2 Методические рекомендации по использованию эвристических метод обучения на уроках математики в основной школе.....	28
Заключение .....	46
Список использованных источников .....	48
Приложение А Задания на когнитивный метод обучения.....	53
Приложение Б Задания на креативный метод обучения.....	57
Приложение В Задания на оргдеятельностный метод обучения.....	62

## ВВЕДЕНИЕ

Современное общество изменилось настолько, что от человека требуются такие качества, как инициативность, предприимчивость, изобретательность, способность быстро и правильно принимать решения, а это невозможно без умения работать творчески и самостоятельно.

В следствие этого в педагогической науке и практике на первом плане стоит формирование творческой личности, в особенности одного из главных личностных компонентов – мышления. Идут активные поиски новых форм, методов и средств организации учебной и воспитательной деятельности, направленных на развитие умственных способностей учащихся, их творческого потенциала.

При этом уровень овладения учащимися такими умениями, как находить аналогии, симметрию, инверсию, делать индуктивные предположения и обобщения, выдвигать и проверять гипотезы до сих пор остается низким. Таким образом, стоит задача формирования таких мыслительных умений, способность осуществлять которые будет свидетельством сформированности эвристического мышления.

Д. Пойа впервые обратил внимание на необходимость обучения поиску путей решения нестандартных задач, методы и приемы решения которых неизвестны. Использование разработанного им «метода эвристических вопросов» позволяет собирать дополнительную информацию о задаче и направляет к эвристическому поиску.

В настоящее время в научной литературе разработано достаточное количество эвристических методов решения задач. Большинство из них не ориентировано на использование в школьной практике преподавания. Однако в массовой образовательной практике эвристические методы используются недостаточно широко. Наиболее распространено обучение школьников алгоритмам и способам решения типовых задач с последующим выполнением большого их количества.

Все вышесказанное подтверждает актуальность темы данной работы «Использование эвристических методов обучения на уроках математике в основной школе».

Цель исследования – рассмотреть использование эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.

Объект исследования – процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – эвристические методы обучения.

Для достижения цели, были поставлены следующие задачи:

1. Раскрыть понятие эвристического метода обучения;
2. Рассмотреть характеристику эвристических методов обучения;
3. Организовать констатирующий эксперимент исследования, с целью проверки использования эвристических методов обучения на уроках математики учителями в основной школе;
4. На основе констатирующего эксперимента разработать методические рекомендации по использованию эвристических методов обучения на уроках математики.

Методической основой выступили труды исследователей: Я. А. Коменского [15], П. Ф. Каптерева [13], А. В. Хуторского [42, 43, 45, 46], В. М. Брадиса [4].

Методы исследования:

1. Теоретические: анализ литературы; обобщение, сравнение и систематизация имеющихся представлений по проблеме исследования;
2. Методы сбора эмпирических данных: анкетирование;
3. Методы интерпретации и описания данных: количественный и качественный анализ результатов.

Этапы исследования:

Первый этап (сентябрь – ноябрь 2021) – анализ литературы по теме исследования, определение цели, объекта, предмета, постановка задач. Подготовка экспериментального исследования.

Второй этап (декабрь 2021 – февраль 2022) – организация и проведение экспериментального исследования. Анализ и интерпретация результатов констатирующего эксперимента.

Третий этап (март – апрель 2022) – разработка методических рекомендаций по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.

Четвертый этап (май 2022) – подготовка и оформление текста выпускной квалификационной работы.

Экспериментальная база исследования: Муниципальные бюджетные общеобразовательные учреждения города Лесосибирска Красноярского края.

Теоретическая значимость состоит в том, что разработаны методические рекомендации и конспекты уроков по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.

Практическая значимость исследования определяется возможностью применения разработанных методических рекомендаций в учебном процессе в основной школе учителями-предметниками и студентами во время прохождения практики, а также при написании курсовых работ.

По результатам исследования опубликована статья на сайте «Инфоурок» по теме «Использование эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе». Ссылка на статью: <https://goo.su/8sSwIji>.

Структура работы – работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, включающего 50 наименований. Результаты работы представлены в 13 таблицах, 26 рисунках.

# 1 Теоретические основы использования эвристических методов обучения

## 1.1 Эвристическое обучение в основной школе

Эвристическое обучение известно со времен Сократа, который умело использовал беседу не как предоставление новых знаний, а как поиск их людьми, с которыми он беседовал. Для Сократа процесс познания представляет собой перевод существующих знаний человека из скрытого состояния в явное, реальное и соответствующее действительности. Он учил воспитанников вести диалог, полемику, мыслить логически. Сократ побуждал их последовательно развивать спорное положение, приводил к постижению абсурдности исходного утверждения, а затем методом поиска истины наводил на верный путь [45].

Метод Сократа развивался и совершенствовался в трудах великих мыслителей и педагогов. Различные аспекты эвристического обучения нашли свое отражение в трудах Я. А. Коменского [15], П. Ф. Каптерева [13], А. В. Хуторского [42, 43, 45, 46] и др.

Эвристика в переводе с греческого «*heurisko*» – это методология научного исследования, а также методика обучения, основанная на открытии или догадке [49, с. 768-769]:

- 1) в Древней Греции – система обучения путем наводящих вопросов
- 2) в современности – совокупность логических приемов и методических правил теоретического исследования и отыскания истины; метод обучения и отыскания истины; метод обучения, способствующий развитию находчивости, активности
- 3) в узком, более современном смысле – теория и практика организации избирательного поиска при решении сложных интеллектуальных задач

Рисунок 1 – Определение понятия «эвристика»

А. В. Хуторской в учебном пособии «Современная дидактика» рассматривает следующее определение эвристического обучения.

Эвристическое обучение – обучение, ставящееся целью конструирования учеником собственного смысла, целей и содержания образования, а также процесса его организации, диагностики и осознания [45, с. 358].

В своем произведении «Великая дидактика» Я. А. Коменский писал, что «...правильно обучать – это не значит вбивать в головы собранную из авторов смесь слов, фраз, изречений, мнений, а значит – раскрывать способность понимать вещи, чтобы именно из этой способности, точно из живого источника, потекли ручейки (знания)...», то есть ручейки живой мысли [15, с. 177].

Считается, что сложность учительского труда состоит в том, чтобы найти путь к каждому ученику, создать условия для развития способностей заложенных в каждом. Это считается наиболее возможным тогда, когда при обучении используется эвристический метод [44].

Несмотря на огромный вклад в развитие науки советскими учителями-педагогами эвристический метод обучения практически не затрагивается. Анализ методической литературы [16, 40, 42, 45] показал, что большинство практиков и теоретиков образования относят эвристику к одному из методов обучения, эти методы так и называют «эвристики». В теории и практике обучения 80-х годов эвристике часто приписывались несвойственные ей функции сообщения новых знаний, например, Т. А. Ильина писала: «В педагогике распространён еще один термин, характеризующий беседу по сообщению новых знаний – эвристическая беседа» [16].

Идеи об эвристическом обучении в современной дидактике разрабатывались в трудах А. В. Хуторского [42, 43, 45, 46], М. М. Левиной [22] и др. Среди работ, посвященных вопросам развития эвристического метода обучения математике, следует отметить работы В. М. Брадиса [4], В. А. Крутецкого [21], Л. М. Фридмана [41].

Изучив и проанализировав ряд работ [33, 35] по проблеме использования эвристического обучения в учебном процессе, мы смогли провести сравнительный анализ между эвристическим, проблемным, личностно-



ориентированным и развивающим обучениями. Сравнительный анализ мы проводили по следующим критериям: определение, цель, сущность, деятельность педагога и учащегося, методика обучения (таблица 1).

Таблица 1 – Сравнительный анализ видов обучения

<b>Критерии системы обучения</b>	<b>Эвристическое обучение</b>	<b>Проблемное обучение</b>	<b>Личностно-ориентированное обучение</b>	<b>Развивающее обучение</b>
Определение	Это обучение, ставящееся целью конструирования учеником собственного смысла, целей и содержания образования, а также процесса его организации, диагностики и осознания	Это система методов, приемов, правил учения и преподавания с учетом логики развития мыслительных операций и закономерностей учебно-поисковой деятельности обучающихся.	Это единый процесс развития индивидуальности личности, в котором обучающийся становится субъектом собственного становления и развития.	Это ориентация учебного процесса на потенциальные возможности учащегося и на их реализацию.
Цель	Расширение возможностей проблемного обучения, т.к. учитель и ученик ориентируются на достижения неизвестного им заранее результата.	Усвоение учениками заданного предметного материала путем выдвигания учителем специальных познавательных задач-проблем.	Создание учеником собственного образовательного продукта.	Усвоение учащимися сообщаемых им знаний, в процессе их собственной деятельности.
Сущность	Неизвестность образовательного продукта может относиться не только к ученику, но также и к учителю.	Организация учителем проблемной ситуации в учебно-познавательной деятельности учащихся	Ориентация на создание условий для личностной самореализации учащихся, формирование их потребности в самообразовании и саморазвитии.	Ученик усваивает конкретные знания и навыки, а также овладевает способами действия, обучается конструировать и управлять своей деятельностью.

Продолжение таблицы 1

Критерии системы обучения	Эвристическое обучение	Проблемное обучение	Личностно-ориентированное обучение	Развивающее обучение
Деятельность педагога	Частичное объяснение нового материала с постановкой проблемных ситуаций.	Знает ответ и подводит учащихся к нему.	Совместный поиск решения проблемы, взаимодействие и сотрудничество.	Направляет деятельность учащихся.
Деятельность учащегося	Учащийся сам ставит собственные цели, самостоятельно открывает знания, анализирует проблемные ситуации, решает их	Под руководством учителя или самостоятельно решает, делает выводы. Открывает свое собственное знание.	Ученик как: 1) субъект познания (И. С. Якиманская); 2) субъект жизнедеятельности (В. В. Сериков); 3) является субъектом деятельности.	Рассматривается как самоизменяющийся субъект учения, но у учащегося нет право выбрать способы и формы учебной деятельности, каждое действие корректирует учитель.
Методика обучения	Определяет методологию образования и относится к учебному целеполаганию, создание учащимися собственного содержания образования и рефлексивному конструированию теоретических элементов знаний.	Учитель подводит учащихся на известное решение или на направление решения задачи.	Направлено на эффективное развитие личности учащегося.	Учитель путем вовлечения учащихся в учебную деятельность конструирует воздействие на основе развития и личного опыта учеников.

Общей характерной особенностью эвристического, проблемного, личностно-ориентированного и развивающего обучений является их направленность на эффективное личностное развитие учащихся путем включения их в самостоятельную учебно-поисковую деятельность. Отметим также, что общей характеристикой выступает отказ от передачи усвоения знаний в готовом виде.

Отличительными чертами видов обучения выступают способы и средства вовлечения школьников в самостоятельную деятельность по приобретению новых знаний. В проблемном обучении главным элементом считается создание учителем проблемной ситуации; в развивающем обучении – это решение учащимися учебных задач, способствующие формированию обобщенных учебных действий; в личностно-ориентированном обучении – самостоятельное решение учащимися учебно-социальных проблем; в эвристическом обучении главным отличительным элементом является конечный учебный результат, то есть образовательный продукт, полученный учениками с помощью эвристических методов обучения.

Смысл эвристического обучения состоит не только в передаче ученику опыта или знаний прошлого, сколько в приобретении им собственного опыта познания, обеспечивающего личное, а в идеале и общекультурное приращение знаний, опыта, умений и других образовательных ценностей. Философской основой эвристического обучения выступает концепция вселения человека во внешний мир посредством деятельности, обеспечивающей создание им продуктов, адекватных познаваемым сферам внешнего мира. Освоение внешних образовательных областей сопровождается развитием внутреннего мира субъекта образования, его креативных, когнитивных и оргдеятельностных личностных качеств [45].

В эвристическом обучении большое внимание уделяется деятельности, направленной на развитие у учащихся умений видеть проблему, высказывать свои предложения о способах ее решения, самостоятельно разрабатывать доказательства, делать вывод из предоставленных фактов и т.п. В ходе эвристического обучения педагог привлекает учащихся в совместную деятельность, тем самым предоставляет им возможность самостоятельного поиска и действий.

Таким образом, цель эвристического обучения – помочь ученику сформировать собственный смысл, цели и содержание образования, процесс его организации и осознания. Это значит, что эвристическое обучение состоит в

непрерывном открытии нового. Эвристического обучения основано не только на передаче ученику опыта или знаний прошлого, сколько в приобретении им собственного опыта познания, обеспечивающего лично, а в идеале общекультурное приращение знаний, умений и других образовательных целей. Конечной целью эвристического метода обучения является, не получение конкретных знаний и умений, а осуществление творческой самореализации ребенка.

## 1.2 Понятие и характеристика эвристических методов обучения

Эвристический метод обучения позволяет педагогу предоставить учащимся больше самостоятельности и творческого поиска по сравнению с традиционными методами обучения [33]. Но сложность использования эвристических методов обучения состоит в том, что при их организации учитель должен учитывать следующие компоненты (рисунок 2).

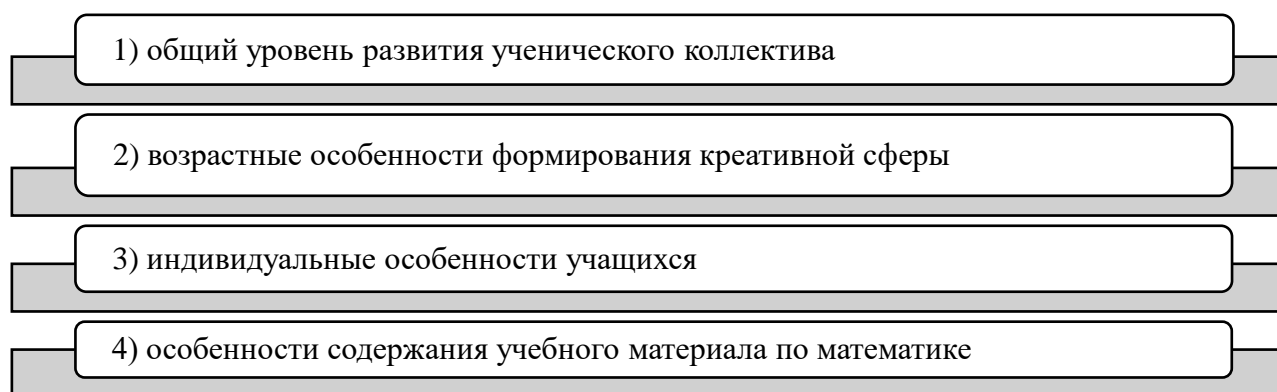


Рисунок 2 – Компоненты при использовании эвристического метода обучения

Проанализировав учебную, научно-методическую литературу [26, 45] мы пришли к выводу, что существуют различные трактовки понятия эвристического метода обучения. Трактовки данного термина представлены на рисунке 3.

В.М. Брадис	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Эвристическими называется такой метод обучения, когда руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному открытию соответствующих предложений и правил [26, с. 215]</li> </ul>
В.В. Репьев	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Этот метод состоит в том, что учитель ставит перед классом проблему (теорему, задачу), а затем путем целесообразных вопросов приводит учащихся к решению проблемы [26, с. 215]</li> </ul>
А.В. Хуторской	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Это обучение, ставящее целью конструирования учеником собственного смысла, целей и содержания образования, а также процесса его организации, диагностики и осознания [45, с. 358]</li> </ul>

Рисунок 3 – Трактовки понятия «эвристического метода обучения»

А. В. Хуторской [42, с. 331] классифицирует методы эвристического обучения на когнитивные, креативные и оргдеятельностные (рисунок 4).

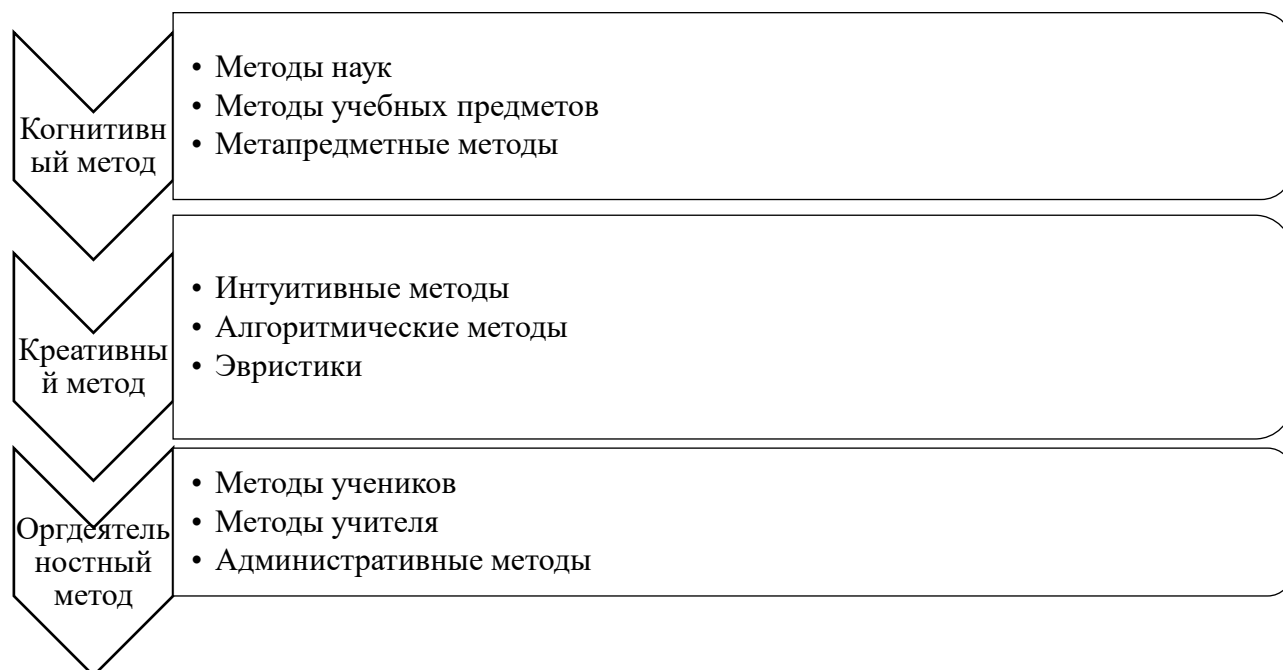


Рисунок 4 – Методы эвристического обучения по А. В. Хуторскому

Когнитивные методы обучения основаны на познавательных качествах ученика – умение чувствовать окружающий мир, задавать вопросы, отыскивать

причины явлений, обозначать свое понимание или непонимание вопроса и др. [42].

Методы учебных предметов, с одной стороны взяты из наук, с другой – относятся к непосредственному освоению конкретных образовательных областей и предметов. Это методы исследования фундаментальных образовательных объектов, методы сравнения образовательных продуктов учеников с культурно-историческими аналогами, традиционные методы исследования основных вопросов и тем учебных курсов.

Особый вид когнитивных методов обучения – метапредметные, которые представляют собой метаспособы, соответствующие метасодержанию образования. Например, метаспособом является метод познавательного видения смысла объекта, метапредметным содержанием выступают такие объекты познания, как вещество, растение, звук [42].

К когнитивным методам обучения относятся (рисунок 5):

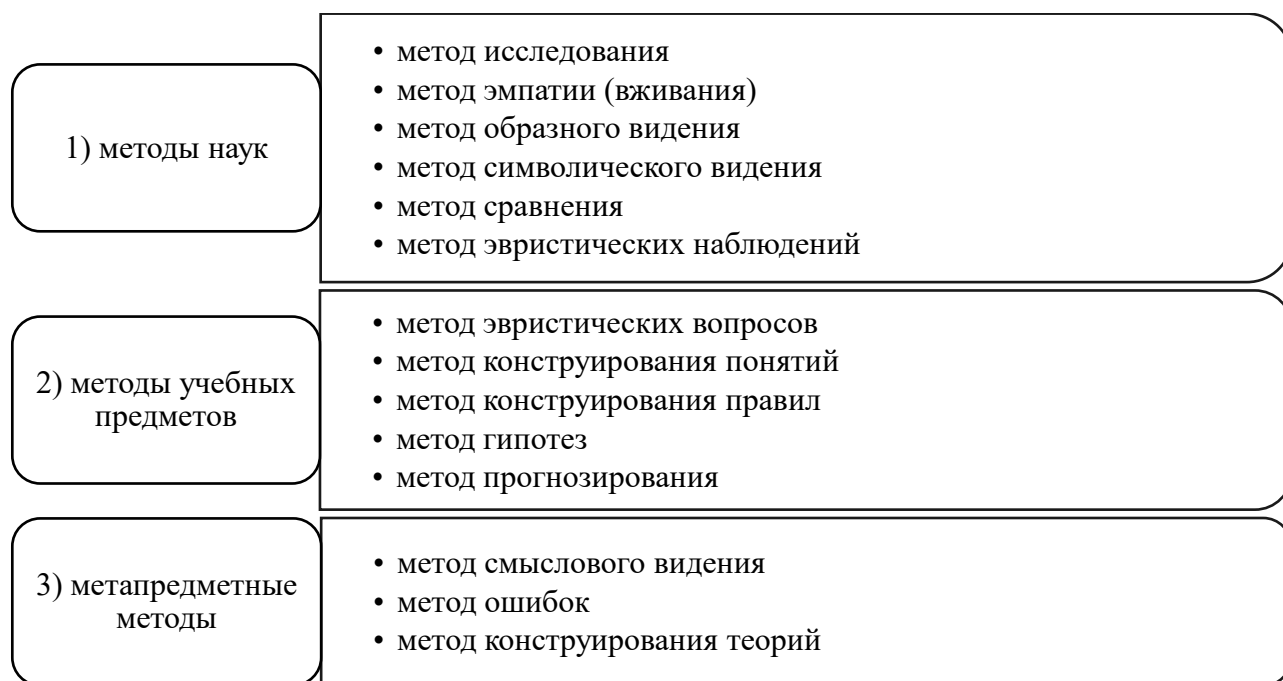


Рисунок 5 – Когнитивные методы обучения

Научные методы – это методы исследований в физике, математике, географии и других науках. Охарактеризуем методы наук (рисунок 6).

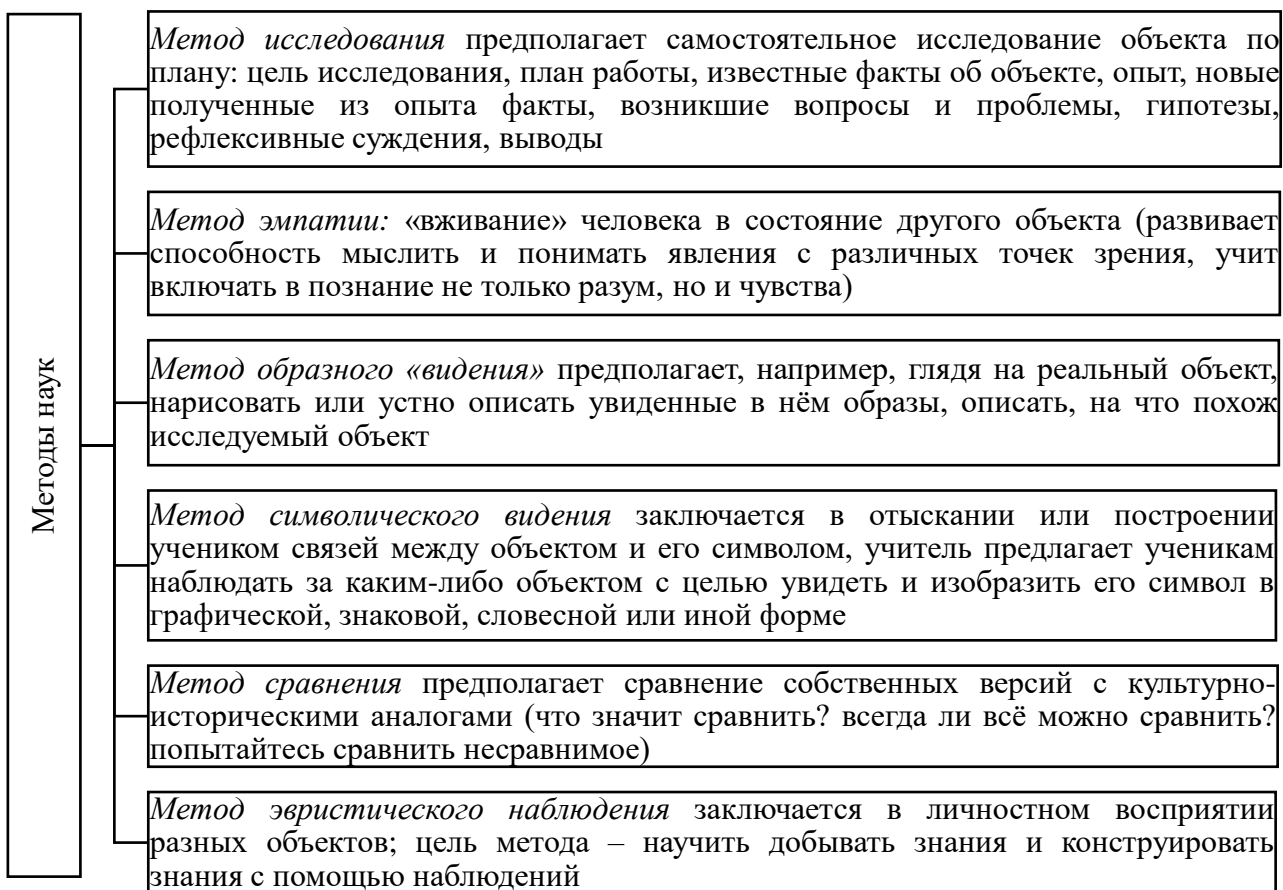


Рисунок 6 – Методы наук

Охарактеризуем методы учебных предметов (таблица 2).

Таблица 2 – Методы учебных предметов

Методы учебных предметов				
<i>Метод эвристических вопросов</i> предполагает поиск сведений о каком-либо событии или исследуемом объекте в процессе ответов на семь ключевых вопросов (кто, что, зачем, где, чем, как, когда)	<i>Метод конструирования понятий</i> предполагает самостоятельную формулировку определения понятия, сравнение различных определений	<i>Метод конструирования правил</i> предполагает проведение учащимися исследований (по заданному учителем алгоритму), в результате которых они «открывают» некоторые правила, закономерности	<i>Метод гипотез</i> предполагает выдвижение учащимися различных обоснованных ими гипотез при ответе на вопрос «что будет, если...»	<i>Метод прогнозирования</i> отличается от метода гипотез тем, что применяется к реальному или планируемому процессу; сделанные прогнозы затем сравниваются с реальностью в ходе обсуждений

Охарактеризуем метапредметные методы (таблица 3).

Таблица 3 – Метапредметные методы

Метапредметные методы		
<p><i>Метод смыслового «видения»</i> предполагает концентрацию учеников на образовательном объекте и ответы на следующие вопросы: какова причина данного объекта, каково его происхождение, как он устроен, почему он именно такой (развивает познавательные качества – интуицию, озарение)</p>	<p><i>Метод ошибок</i> предполагает изменение устоявшегося негативного отношения к ошибкам. Нахождение взаимосвязей ошибок с правильным ответом стимулирует эвристическую деятельность учеников, подводит их к пониманию относительности и вариативности любых заданий</p>	<p><i>Метод конструирования теорий</i> предполагает самостоятельную формулировку определения понятия, сравнение различных определений</p>

Креативные методы обучения основаны на творческих качествах ученика – вдохновенность, фантазия, гибкость ума, чуткость к противоречиям; раскованность мыслей и чувств, движений; наличие своего мнения и др. [42].

Также креативный метод обучения ориентирован на создание учениками собственных образовательных продуктов. Традиционно понимаемые методы интуитивного типа относятся к креативным методам, они опираются на нелогические действия учащихся, имеющие интуитивный характер [42].

К креативным методам обучения относятся (рисунок 7).

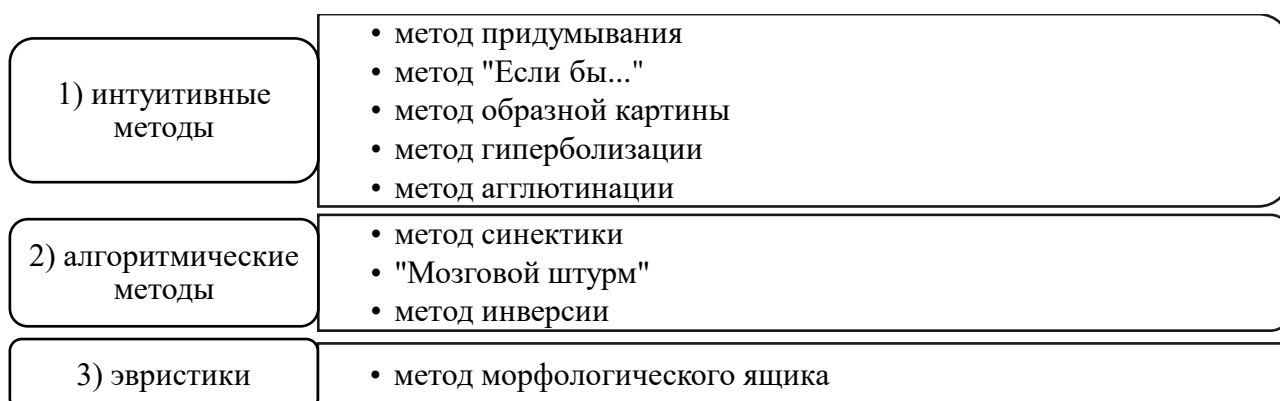


Рисунок 7 – Креативные методы обучения



Охарактеризуем интуитивные методы (рисунок 8).

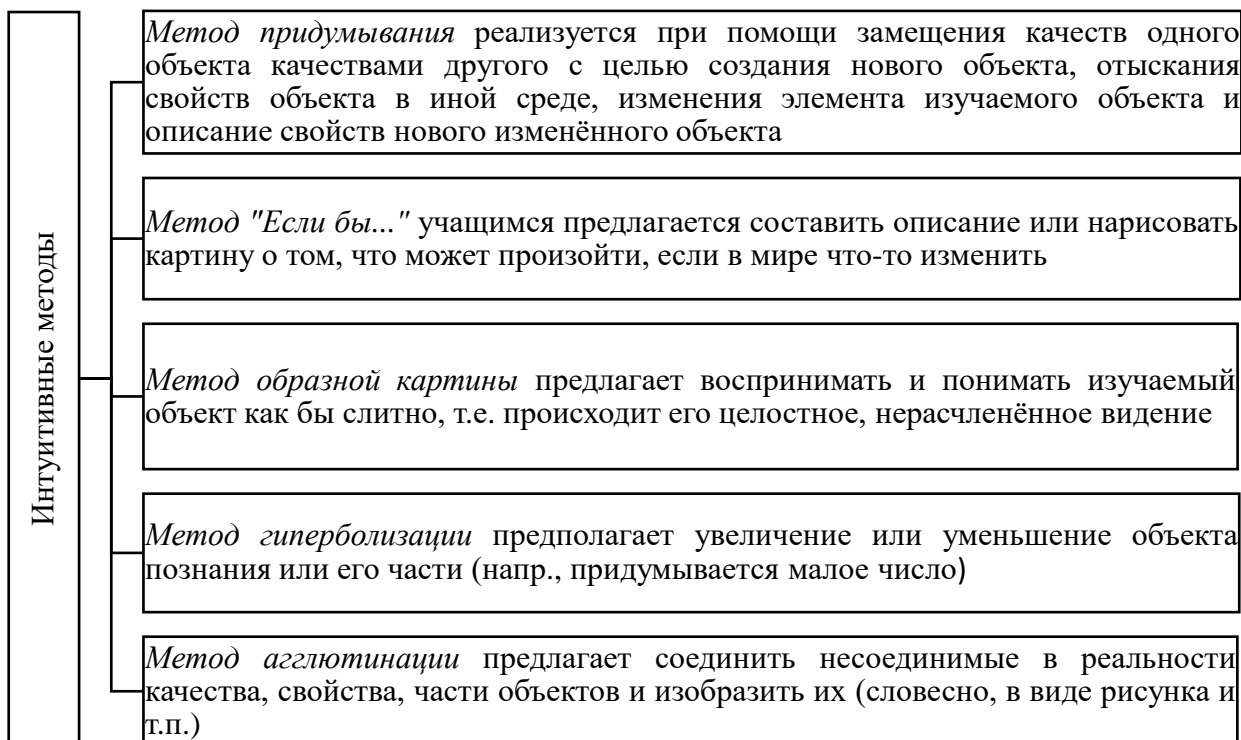


Рисунок 8 – Интуитивные методы обучения

Другой вид креативных методов обучения базируется на выполнении алгоритмических предписаний и инструкций, их цель – создать логическую опору для создания ученика образовательной продукции [42].

Охарактеризуем алгоритмические методы (таблица 4).

Таблица 4 – Алгоритмические методы

Алгоритмические методы		
<i>Метод "мозгового штурма"</i> предполагает сбор как можно большего числа идей в результате освобождения участников от инерции мышления и стереотипов	<i>Метод синектики</i> базируется на методе мозгового штурма, различного вида аналогиях (словесной, образной, личной), ассоциациях и др. по плану: обсуждение общих признаков проблемы, выдвижение и «просев» первых решений, проведение аналогий, выбор альтернативы, поиск новых аналогий, возврат к проблеме	<i>Метод инверсии</i> применяется, когда стереотипные приемы оказываются не действительными, принимается принципиально противоположная альтернатива решения

Следующий вид креативных методов обучения – эвристики, то есть приемы, позволяющие ученикам решать задачи «наведением» на возможные их решения и путем сокращения вариантов перебора таких решений [42].

Охарактеризуем метод эвристики (рисунок 9).

Метод эвристики
<i>Метод морфологического ящика</i> предполагает нахождение новых и оригинальных идей путём составления различных комбинаций известных и неизвестных элементов. Анализ признаков и связей, получаемых из различных комбинаций элементов (устройств, процессов, идей), применяется как для выявления проблем, так и для поиска новых идей

Рисунок 9 – Метод эвристики

Оргдеятельностные методы обучения основаны на самоорганизации – способность осознания целей учебной деятельности и умение их пояснить; умение поставить цель и организовать ее достижение [42].

К оргдеятельностным методам обучения относятся (рисунок 10).

1) метод учителя	<ul style="list-style-type: none"> <li>• метод контроля</li> </ul>
2) методы учеников	<ul style="list-style-type: none"> <li>• метод ученического целеполагания</li> <li>• метод ученического планирования</li> <li>• метод создания образовательных программ учеников</li> <li>• метод взаимообучения</li> <li>• метод реензий</li> </ul>
3) административные методы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• метод рефлексии</li> <li>• метод самооценки</li> </ul>

Рисунок 10 – Оргдеятельностные методы обучения

Охарактеризуем метод учителя (рисунок 11).

Метод учителя
<i>Метод контроля</i> образовательный продукт ученика оценивается по степени отличия от заданного, т.е. чем больше научно- и культурно-значимого отличия от известного продукта удаётся добиться ученику, тем выше оценка продуктивности его образования

Рисунок 11 – Метод учителя

Охарактеризуем методы учеников (рисунок 12).

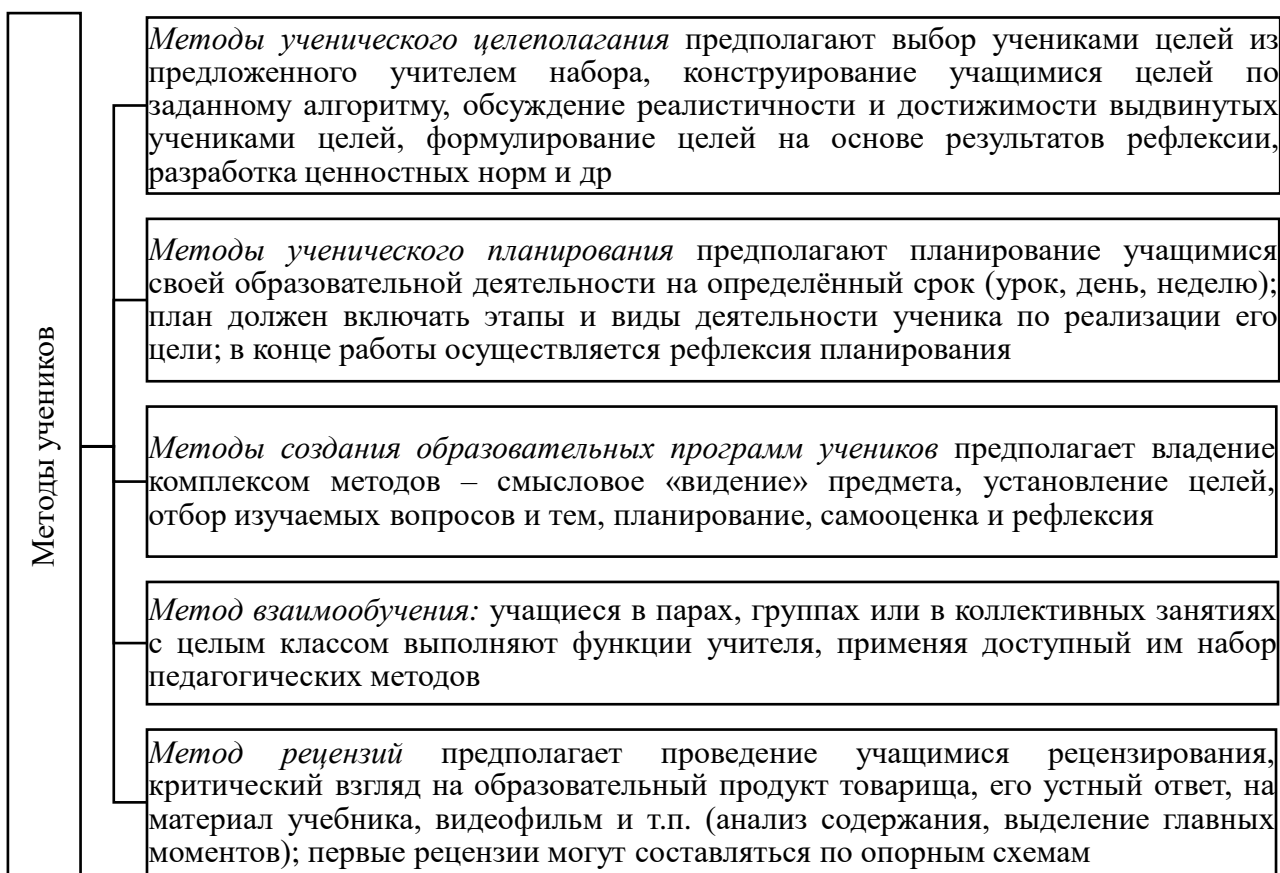


Рисунок 12 – Методы учеников

Охарактеризуем административные методы (таблица 5).

Таблица 5 – Административные методы

Административные методы	
<p><i>Метод рефлексии</i>: организация осознания учениками собственной деятельности имеет два вида – текущая рефлексия (осуществляется по ходу учебного процесса) и итоговая рефлексия (завершает логически или тематически замкнутый период деятельности)</p>	<p><i>Метод самооценки</i>: самооценка ученика вытекает из итоговой рефлексии и завершает образовательный цикл.</p>

В эвристическом обучении основным фактором выбора методов обучения служит задача организации продуктивной деятельности учеников.

Эвристический метод обучения имеет как преимущества, так и недостатки в использовании. Преимущества применения эвристического метода в обучении [46]:

- 1) повышение уровня самостоятельности и инициативности учащихся;
- 2) положительная внутренняя мотивация на поиск решения учебной проблемы;
- 3) формирование творческого подхода к организации учебного процесса, обучение применению собственных знаний, умений и навыков для решения проблемных ситуаций, и задач;
- 4) укрепление межличностных взаимоотношений между учащимися, формирование эффективного взаимодействия в ученическом коллективе;
- 5) формирование у учащихся навыков самореализации, повышение эффективности усвоения учебного материала.

Основным недостатком эвристического метода обучения является то, что он требует достаточно больших временных затрат. Исходя из этого его применение невозможно на всех уроках. Кроме того, допустимость использования данного метода зависит от уровня развития и обученности учащихся, а также от уровня сформированности познавательных умений и навыков.

Таким образом, эвристические методы обучения направлены на формирование творческих познавательных способностей учеников, на создание ситуаций, в которых возможна творческая самореализация учеников. Эвристические методы обучения не отрицают необходимости «передачи» ученикам информационного материала, его усвоения и закрепления, то есть всего того, что свойственно традиционному обучению. Меняется лишь роль этого «даваемого» материала. Он передается не столько для запоминания и усвоения, сколько для того, чтобы ученики использовали его в качестве условий или среды для создания собственного творческого продукта.

## **2 Методические рекомендации по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе**

### **2.1 Организация и методы исследования. Анализ и интерпретация результатов констатирующего эксперимента**

Исходя из теоретического исследования выпускной квалификационной работы нами был организован и проведен констатирующий эксперимент.

Цель констатирующего этапа – экспериментально проверить использование эвристических методов обучения на уроках математики учителями в основной школе.

Задачи:

1. Разработать диагностический инструментарий констатирующего эксперимента (анкета на базе Google Формы);
2. Организовать и провести констатирующий эксперимент;
3. Проанализировать результаты экспериментального исследования по использованию эвристических методов обучения на уроках математики учителями в основной школе.

Использованы следующие методы исследования:

1. Теоретический анализ учебно-методической, научной литературы.
2. Метод сбора эмпирических данных: анкета на базе Google Формы.
3. Методы интерпретации и описания данных: количественный и качественный анализ результатов.

Анкета была проведена в дистанционном формате, в ней приняли участие 10 учителей. Для этого при помощи Google-сервисов была создана анкета. Ссылка на Google-форму: <https://forms.gle/963gSCmR673UgPgP9>.

Вопросы анкеты:

1. Что Вы понимаете под эвристическим методом обучения?
2. Как часто Вы используете эвристические методы обучения?
3. Какие из нижеперечисленных эвристических методов обучения Вы используете?

- а) когнитивный метод обучения;
- б) креативный метод обучения;
- в) оргдеятельностный метод обучения.

4. Используя ответ на 3 вопрос почему именно этот эвристический метод обучения Вы используете?

5. Достаточно ли методической литературы, содержащей эвристические методы обучения?

6. Много ли времени уходит на подготовку к организации урока с использованием эвристического метода обучения?

7. Вы испытываете трудности при организации урока с использованием эвристического метода обучения и какие?

Результаты анкетирования представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Результаты анкетирования учителей

<b>Вопрос анкетирования</b>	<b>Количество учителей, которые ответили «да»</b>	<b>Количество учителей, которые ответили «нет»</b>	<b>Свободный ответ</b>
1. Что Вы понимаете под эвристическим методом обучения?			1) знания не даются в готовом виде – 3; 2) посредством заданного вопроса вывести ученика на освоение нового материала – 5; 3) метод открытия – 2.
2. Часто вы используете эвристические методы обучения?	3	7	
3. Какие из нижеперечисленных методов обучения вы используете? (можно выбрать несколько методов) а) когнитивный метод обучения; б) креативный метод обучения; в) оргдеятельностный метод обучения.			а) когнитивный метод обучения – 5; б) креативный метод обучения – 8; в) оргдеятельностный метод обучения – 4.

Продолжение таблицы 2

Вопрос анкетирования	Количество учителей, которые ответили «да»	Количество учителей, которые ответили «нет»	Свободный ответ
4. Используя ответ на третий вопрос почему именно этот эвристический метод обучения вы используете?			1) помогает лучше усвоить материал детям – 7; 2) нравится и дает хороший результат – 3.
5. Достаточно ли методической литературы по использованию эвристических методов обучения?	2	8	
6. Много ли времени уходит на подготовку к организации урока с использованием эвристического метода обучения?	7	3	
7. Вы испытываете трудности при организации урока с использованием эвристического метода обучения?	6	4	

Проанализировав анкету, мы получили следующие результаты:

На вопрос №1 (что вы понимаете под эвристическим методом обучения) были получены следующие результаты (рисунок 13).



Рисунок 13 – Ответы на вопрос №1

На вопрос №2 (часто ли вы используете эвристические методы обучения) «да» ответило 7 педагогов, что составляет 70% от числа всех опрошенных (рисунок 14).



Рисунок 14 – Ответы на вопрос №2

На рисунке 15 в процентном соотношении представлены используемые методы эвристического метода обучения.

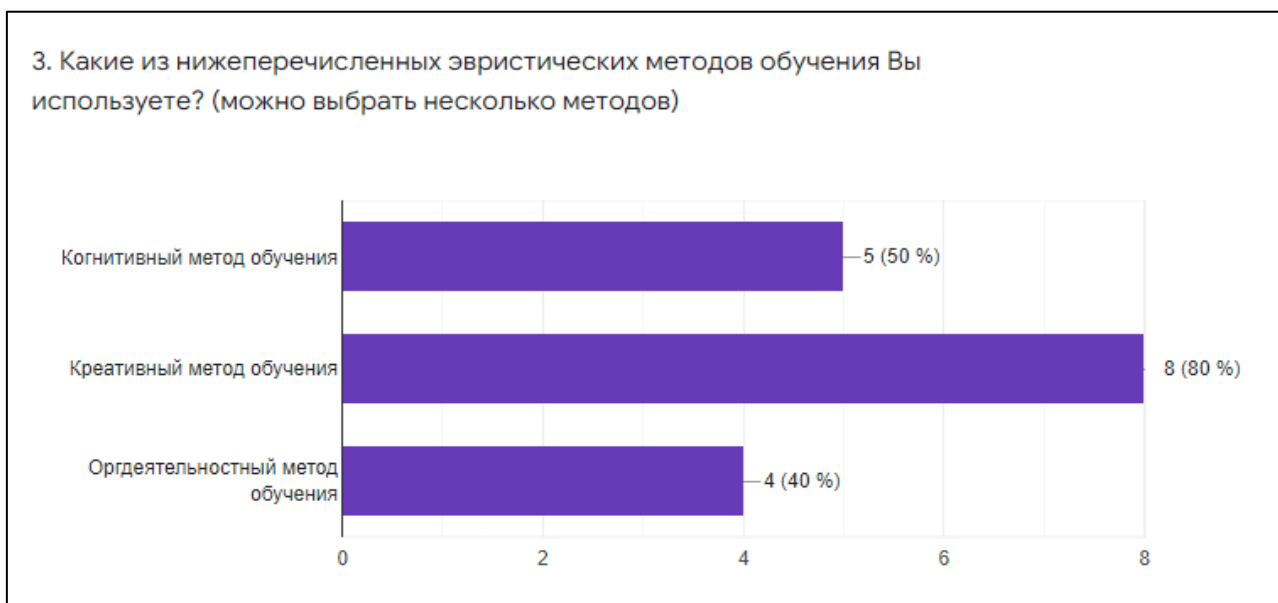


Рисунок 15 – Ответы на вопрос №3



На вопрос №4 (почему именно этот эвристический метод обучения вы используете) «помогает лучше усвоить материал детям» ответило 7 педагогов, что составляет 70% от числа всех опрошенных (рисунок 16).



Рисунок 16 – Ответы на вопрос №4

Таким образом, на вопрос №5 (достаточно ли методической литературы, содержащей эвристические методы обучения) «нет» ответило 8 педагогов, что составляет 80% от числа всех опрошенных (рисунок 17).



Рисунок 17 – Ответы на вопрос №5

На вопрос №6 (много ли времени уходит на подготовку к организации урока с использованием эвристических методов обучения) «да» ответило 7 педагогов, что составляет 70% от числа всех опрошенных (рисунок 18).



Рисунок 18 – Ответы на вопрос №6

На вопрос №7 (вы испытываете трудности при организации урока с использованием эвристических методов обучения) «да» ответило 6 педагогов, что составляет 60% от числа всех опрошенных (рисунок 19).

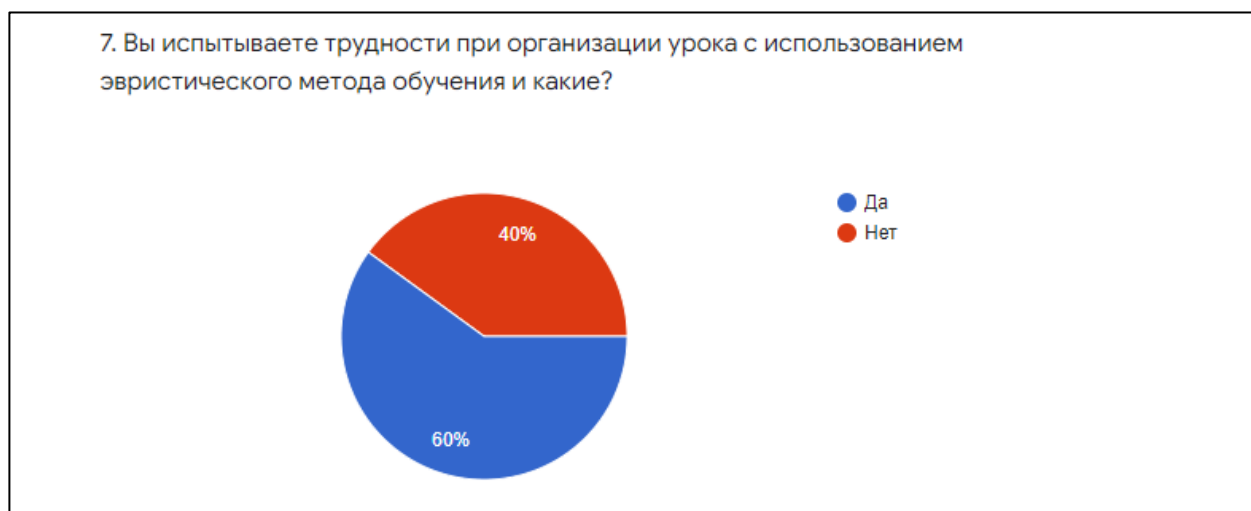


Рисунок 19 – Ответы на вопрос №7

На рисунке 20 в процентном соотношении представлены причины затруднений в использовании эвристических методов обучения на уроках учителями.



Рисунок 20 – Причины затруднений в использовании эвристических методов обучения на уроках учителями

Проанализировав результаты анкетирования, мы пришли к выводу, что только 30% опрошенных учителей используют эвристические методы обучения. А также выявили причины затруднений в использовании эвристических методов обучения на уроках учителями: недостаток методической литературы, содержащей конспектов уроков, дидактического материала (разнообразие карточек, практикумов, тренажеров и т.д.) по использованию эвристических методов обучения; затрата большого количества времени на подготовку к организации урока с использованием эвристического метода обучения.

Таким образом, мы подтвердили актуальность нашего исследования и необходимость в разработке методических рекомендаций и конспектов уроков для учителей по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.

## **2.2 Методические рекомендации по использованию эвристических метод обучения на уроках математики в основной школе**

После анализа и интерпретации результатов диагностики констатирующего эксперимента, нами были разработаны методические рекомендации и конспекты уроков по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе. Также для учителей была подобрана методическая литература по использованию эвристических методов обучения на уроках в основной школе.

1. Король, А. Д. Эвристический урок. Результаты, анализ, рефлексии (Как разработать и провести эвристический урок) : методическое пособие / А. Д. Король. – Минск : Вышэйшая школа, 2017. – 223 с : ил [18].

2. Король, А. Д. Эвристический практикум по педагогике : учебно-методическое пособие / А. Д. Король, А. В. Хуторской, Е. И. Белокоз. – Гродно : Гродненский Государственный университет им. Янки Купалы, 2014. – 193 с : ил [19].

3. Король, А. Д. Как разработать и провести занятие эвристического типа. Разработки участников оргдеятельностного семинара, анализ, рефлексия: практикум / А. Д. Король. – Гродно : Гродненский Государственный университет им. Янки Купалы, 2017. – 96 с : ил [20].

4. 100 эвристических заданий : разработки участников оргдеятельностного семинара «Как разработать открытое (эвристическое) задание» / А. Д. Король [и др.] ; Школа эвристического диалога в образовании. – Гродно : Гродненский Государственный университет им. Янки Купалы, 2017. – 50 с. – ISBN 978-985-582-102-2 : ил [50].

Для того, чтобы использовать когнитивный метод обучения на уроках математики учитель должен:

1. Владеть терминологическим аппаратом (понятие, его характеристика, виды когнитивных методов обучения).

2. Знать методику использования когнитивных методов обучения (см. на стр. 14-16 настоящего исследования):

2.1. На этапе изучения нового материала можно использовать такие когнитивные методы обучения, как метод исследования; метод символического видения; метод эвристических вопросов; метод конструирования понятий, правил, теорий; метод прогнозирования.

2.2. На этапе закрепления материала можно использовать следующие когнитивные методы обучения: метод сравнений; метод образного «видения»; метод эвристических наблюдений.

2.3. Подбирать, составлять задания на когнитивный метод обучения. Задания представлены на рисунке 21.

- 1) решить реальную проблему, которая существует в науке: доказать математическую закономерность, лемму, теорему; объяснить графическую форму цифр их взаимосвязь и последовательность
- 2) исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл. Строение, признаки, функции, связи. Применение разных научных подходов к исследованию одного и того же объекта
- 3) проведение математического опыта, эксперимента
- 4) исследование исторических фактов (например, создание десятичной системы счисления)
- 5) вычленение общего и отличного в разных системах, например, в разных типах языков, к примеру, чисел, форм

Рисунок 21 – Задания на когнитивный метод обучения

Проанализировав учебники математики [3, 24, 25, 28, 29, 30] основной школы, мы подобрали задания на когнитивный метод обучения (приложение А).

2.4. На этапе контроль знаний можно использовать следующие когнитивные методы обучения: метод ошибок; метод образного «видения».

Для того, чтобы использовать креативный метод обучения на уроках математики учитель должен:

1. Владеть терминологическим аппаратом (понятие, его характеристика, виды креативных методов обучения).

2. Знать методику использования креативных методов обучения (см. на стр. 16-18 настоящего исследования):

2.1. На этапе изучения нового материала можно использовать следующие креативные методы обучения: метод образной картины, метод агглютинации, метод синектики, метод инверсии.

2.2. На этапе закрепления материала можно использовать следующие креативные методы обучения: метод «мозгового штурма», метод инверсии.

2.3. Подбирать, составлять задания на креативный метод обучения (рисунок 22).

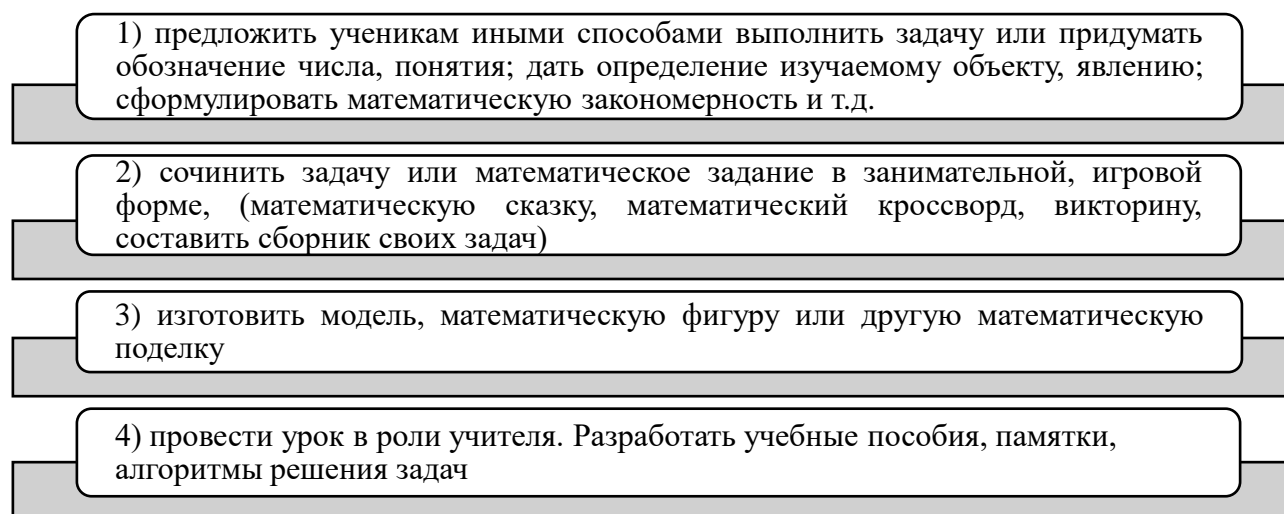


Рисунок 22 – Задания на креативный метод обучения

Проанализировав учебники математики [3, 24, 25, 28, 29, 30] основной школы, мы подобрали задания на креативный метод обучения (приложение Б).

2.4. На этапе контроль знаний можно использовать следующие креативные методы обучения: метод морфологического ящика.

Для того, чтобы использовать оргдеятельностные методы обучения на уроках математики учитель должен:

1. Владеть терминологическим аппаратом (понятие, его характеристика, виды оргдеятельностных методов обучения).

2. Знать методику использования оргдеятельностных методов обучения (см. на стр. 18-19 настоящего исследования):

2.1. На этапе изучения нового материала можно использовать следующие оргдеятельностные методы обучения: метод ученического целеполагания; метод ученического планирования; метод взаимообучения.

2.2. На этапе закрепления материала можно использовать следующие оргдеятельностные методы обучения: метод взаимообучения, метод рецензий.

2.3. Задания на оргдеятельностный метод обучения (рисунок 23).

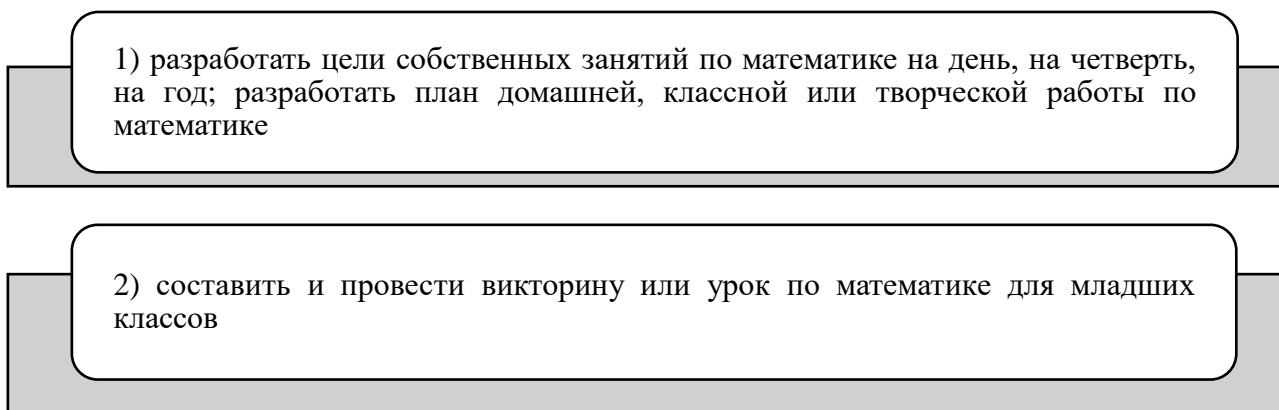


Рисунок 23 – Задания на оргдеятельностный метод обучения

Проанализировав учебники математики [3, 24, 25, 28, 29, 30] основной школы, мы подобрали задания на оргдеятельностный метод обучения (приложение В).

2.4. На этапе контроль знаний можно использовать следующие оргдеятельностные методы обучения: метод рефлексии, метод самооценки.

На основе разработанных методических рекомендаций были подготовлены и апробированы конспекты уроков с использованием эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе.

## Конспект урока № 1

Тема урока: «Умножение десятичных дробей на натуральные числа».

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

Цели урока:

Образовательная: повторить понятие произведения десятичной дроби на натуральное число, уметь умножать десятичную дробь на натуральное число, в том числе и на 10, 100, 1000.

Воспитательная: воспитать ответственное отношение к учебному труду, волю и настойчивость, формировать целостное и гармоничное понимание и восприятие мира.

Развивающая: развить умение обобщать, систематизировать на основе сравнения, делать вывод. Развить наглядно-действенное творческое воображение. Развить познавательный интерес.

Методы и приемы обучения: когнитивный метод (метод эвристического наблюдения).

Форма организации урока: индивидуальная, фронтальная.

Оборудование урока: раздаточный материал, учебник по математике 5 класс А. Г. Мордкович [9].

Формирование универсальных учебных действий:

Личностные: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.

Регулятивные: умения определять и формулировать цель на уроке с помощью учителя; планировать свое действие в соответствии с поставленной задачей; высказывать свое предположение.

Коммуникативные: умения оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других.

Познавательные: умения ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного с помощью учителя); добывать новые знания (находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке).



Структура урока:

1. Организационный момент;
2. Актуализация знаний;
3. Постановка цели;
4. Этап обобщения (метод эвристического наблюдения);
5. Подведение итогов урока;
6. Постановка домашнего задания;
7. Рефлексия.

Ход урока:

1. Организационный момент.  
Приветствие учащихся. Проверка готовности к уроку.
2. Актуализация знаний.

Учитель: повторим умножение десятичной дроби на натуральное число решив ряд примеров (таблица 7).

Таблица 7 – Умножение десятичных дробей на натуральное число

1. Вычислите: $3,34 + 28,7$			
1) 32,04;	2) 31,41;	3) 31,04;	4) 62,1
Вычислите: $6,35 - 3,5$			
1) 2,85;	2) 3,3;	3) 6;	4) 3,85.
3. Округлить до десятых: 6,7483			
1) 6,8;	2) 6,75;	3) 6,7;	4) 6,749.
4. Округлить до сотых: 0,56501			
1) 0,6;	2) 0,75;	3) 0,565;	4) 0,56.
5. Вычислите: $0,34 \cdot 4$			
1) 13,6;	2) 0,136;	3) 136;	4) 1,36.
6. Вычислите: $0,45 \cdot 3$			
1) 0,135;	2) 1,35;	3) 13,5;	4) 135.

3. Постановка цели.

Учитель: тему урока мы с вами узнаем после расшифровки следующей схемы (рисунок 24).

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ



Рисунок 24 – Схема темы урока

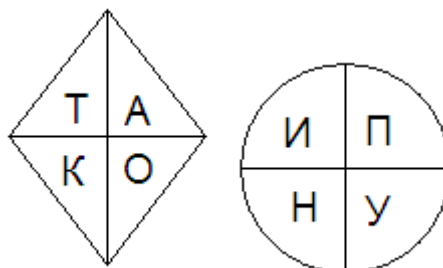


Рисунок 25 – Шифратор

Учитель: молодцы! Вы, верно, расшифровали слово. Ответ: математический паноптикум. Паноптикум – это собрание уникальных предметов, редкостей. Сегодня мы вместе узнаем много нового и интересного о животных. На многие вопросы ответы мы получим не в готовом виде, а выполнив предварительно математическое задание.

4. Этап обобщения. На этапе обобщения учитель применяет один из эвристических методов обучения, а именно метод эвристического наблюдения.

1) Письменная работа.

Учитель: у вас на столах лежат карточки с таблицей ответов (таблица 9). Найдя ответы на следующие примеры (таблица 8), запишите букву в соответствующую ячейку.

Таблица 8 – Примеры

1) найдите $3,51 \cdot x$ , если $x = 10$ ;	Т
2) найдите $0,0051 \cdot x$ , если $x = 100$ ;	К
3) найдите $26,47 \cdot x$ , если $x = 1000$ .	И

Таблица 9 – Ответы на примеры

0.51	26470	35,1
К	И	Т

Учитель: верно, это слово «кит». Синий кит самое большое животное в мире. Он весит более 150 тонн. Узнаем его длину, решив следующую задачу.

2) Работа с карточками.

Учитель: работаем с карточками, которые у вас лежат на столах (таблица 10). Решив первую задачу, ответ запишите во вторую, решив вторую, ответ запишите в третью. Аналогичным образом решаются все остальные задачи. Решив последнюю задачу, мы с вами узнаем какова длина кита в метрах.

Таблица 10 – Задачи

$10,45 \cdot 7 =$	73,15
$73,15 + 8,31 =$	81,46
$81,46 - 78,11 =$	3,35
$3,35 \cdot 10 =$	33,5

Учитель: таким образом, мы выяснили, что длина кита составляет 33,5 метра.

3) Игра-эстафета «Кто быстрее?».

Учитель: поделимся на две команды. Одна команда решает первую колонку задач, а другая – вторую в тетрадях (таблица 11), находят в циферблате часов (рисунок 26) соответствующую букву записывают себе ответ в тетрадь.

Таблица 11 – Задачи

1) $3^2 - 4 = 5$ ;	1) $2^2 \cdot 2 = 8$ ;
2) $8^1 - 5 = 3$ ;	2) $3^2 + 3 = 12$ ;
3) $4^2 - 3^2 = 7$ ;	3) $8 + 2^1 = 10$ ;
4) $5^2 - 24 = 1$ ;	4) $4^2 : 8 = 2$ ;
5) $3^2 + 2 = 11$ ;	5) $3^2 - 5 = 4$ ;
6) $2^2 + 5 = 9$ .	6) $5^2 - 18 = 7$ ;
	7) $4 - 2 = 2$ .

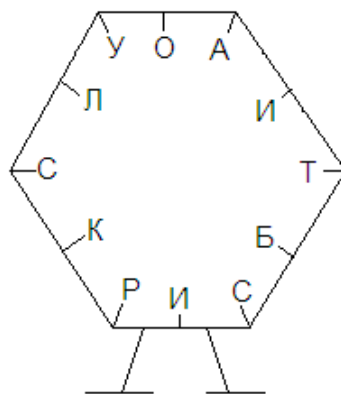


Рисунок 26 – Циферблат

Учитель: правильно! Это птицы колибри и страус. Что мы нашли? Знакомы ли вам эти названия? Это название самой крупной и самой маленькой птицы. Самая крупная птица в мире – страус, самая мелкая – колибри.

4) Веер устных игровых заданий.

Учитель: Решая следующую задачу мы с вами узнаем с какой скоростью бегают страус.

Страус не летает, но зато быстро бегают, являясь рекордсменом по бегу среди птиц. Какова наибольшая скорость страуса, если 210 километров он пробежит за 3 часа?

Вспоминаем формулы:  $S = v \cdot t$ ,

$$v = \frac{S}{t} = \frac{210}{3} = 70 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 70 км/ч.

Учитель: также давайте узнаем какой вес у страуса. Страусов добывают и разводят на фермах ради мяса и перьев. Узнайте массу страуса в килограммах, решив следующую задачу.

$$4,5 \cdot 10 \cdot 2 = 90 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 90 кг.

5) Самостоятельная работа с взаимопроверкой и самоконтролем.

Учитель: далее вам предстоит самостоятельно узнать какая масса у колибри.

Самая мелкая птичка на Земле немного больше шмеля. Колибри яркая и красивая птичка. Массу колибри в граммах вы узнаете, решив следующие задачи, и найдя их в дереве. Оставшееся число будет массой.

$$3,6 \cdot 3 = 10,8;$$

$$0,25 \cdot 4 = 1;$$

$$0,05 \cdot 10 = 0,5;$$

$$2,6 \cdot 5 = 13;$$

$$0,125 \cdot 100 = 12,5;$$

$$0,02 \cdot 15 = 3;$$

$$0,004 \cdot 6 = 0,024.$$

Ответ: вес колибри 22 грамма.

#### 5. Подведение итогов урока.

Учитель: сегодня мы с помощью математики через повторение ответили на часть вопросов. Узнали много нового и интересного.

Вознаграждением за ваш труд будет развитие сообразительности и, смекалки, радость от познания нового.

Дополним и обобщим знания.

1) Синий кит самое большое животное. Их детеныши больше слона. Киты могут не спать по 3 месяца, по 6 месяцев ничего не есть, но это не означает, что они могут выжить без еды.

2) Страус самая большая птица. Его перья имеют большую ценность. Страус не летает, но зато быстро бегаёт, тем самым является рекордсменом по бегу среди птиц. Могучая лапа служит неплохим оружием для животного – одним ударом он может не только свалить человека с ног, но и убить его. В минуту опасности страус развивает такую скорость, что догнать его невозможно даже на отличном скакуне.

3) Колибри самая маленькая птица. Ее длина всего лишь 5,5 см. Большинство их видов можно встретить в Америке. Существует более 300 разновидностей колибри.

6. Постановка домашнего задания.

Учитель: Запишите домашнее задание № 656 (2); 657 (2).

7. Рефлексия.

Учитель: сегодня я узнал... Было интересно... Было трудно... Я приобрел... У меня получилось ... Урок дал мне для жизни...

Решение домашней работы.

№656 (2). Вставьте вместо звездочки знак действия, а вместо треугольника число, чтобы получилось верное равенство:

$$3,582 * \triangle = 35,82$$

Ответ:  $3,582 \cdot 10 = 35,82$

№657 (2). Вставьте вместо звездочки знак действия, а вместо треугольника число, чтобы получилось верное равенство:

$$3,582 * \triangle = 358,2$$

Ответ:  $3,582 \cdot 10 = 358,2$ .

$$5,7364 * \triangle = 5736,4$$

Ответ:  $5,7364 \cdot 1000 = 5736,4$ .

$$0,1954 * \triangle = 1954$$

Ответ:  $0,1954 \cdot 1000 = 1954$ .

Таким образом, данный урок с использованием метода эвристического наблюдения помог учащимся закрепить и дополнить знания по теме «Умножение десятичных дробей на натуральные числа», а также применить знания на практике.

### Конспект урока № 2

Тема урока: «Квадратные корни».

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

Цели урока:

Образовательная: повторить свойства квадратных корней; сформировать умения извлекать квадратные корни, используя изученные свойства; повысить вычислительную культуру учащихся.

Воспитательная: воспитать ответственное отношение к учебному труду, волю и настойчивость, формировать целостное и гармоничное понимание и восприятие мира.

Развивающая: развить умение обобщать, систематизировать на основе сравнения, делать вывод. Развить наглядно-действенное творческое воображение. Развить познавательный интерес.

Методы и приемы обучения: креативный (метод «мозгового штурма»).

Форма организации урока: индивидуальная, фронтальная.

Оборудование: алгебра 8 класс А. Г. Мордкович [24].

Формирование универсальных учебных действий:

Личностные: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.

Регулятивные: умения определять и формулировать цель на уроке с помощью учителя; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение.

Коммуникативные: умения оформлять свои мысли; слушать и понимать речь других.

Познавательные: умения ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного с помощью учителя); добывать новые знания (находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке).

Структура урока:

1. Организационный момент. Постановка цели;
2. Актуализация знаний;
3. Этап обобщения (метод «мозгового штурма»);
4. Постановка домашнего задания;
5. Рефлексия.

Ход урока:

1. Организационный момент. Постановка цели.

Приветствие учащихся. Проверка готовности к уроку.

## 2. Актуализация знаний.

Учитель: сегодня наш с вами урок будет проходить под девизом: «Покоряет вершины тот, кто к ним стремится». Это означает, что сегодня мы продолжим штурм вершин «Квадратного корня». Всего нам с вами нужно будет преодолеть четыре вершины. Давайте начнем.

3. Этап обобщения. На этапе обобщения учитель применяет один из эвристических методов обучения, а именно метод «мозгового штурма»

Учитель: первая вершина, которую нам предстоит преодолеть, называется «Арифметический квадрат». Для того, чтобы перейти к выполнению задания, вспомним определение арифметического квадратного корня. (Определение: Арифметическим квадратным корнем из числа  $a$  называется неотрицательное число, квадрат которого равен данному числу  $a$ .)

Учитель: в первом задании вам нужно доказать верно ли значение (таблица 12).

Таблица 12 – Верное значение

а) $\sqrt{64} = 8$ ;	б) $\sqrt{36} = -6$ ;
в) $\sqrt{0,04} = 0,2$ ;	г) $\sqrt{0,81} = 9$ ;
д) $\sqrt{169} = 16$ ;	е) $\sqrt{324} = 17$ .
ж) $\sqrt{0,16} = 0,4$	з) $\sqrt{0,0049} = 0,07$

Учитель: во втором задании вам необходимо определить при каких значениях  $a$  имеет смысл выражение:  $\sqrt{-2a}$ ;  $\sqrt{1,5a}$ ;  $\sqrt{3-a}$ ?

Учитель: вторая вершина называется «Корень в квадрате». В первом задании вам нужно вычислить:  $(\sqrt{7})^2$ ;  $(3\sqrt{10})^2$ .

Учитель: второе задание посвящено решению уравнений:

а)  $\sqrt{x} - 10 = 0$ ;

б)  $3\sqrt{x} = 1$ ;

в)  $8 - 2\sqrt{x} = 0$ .



Учитель: мы с вами подбираемся к вершине все ближе и ближе, итак, третья вершина имеет название «Тождество». Вспомним какое равенство называется тождеством? (Тождество – это верное числовое равенство, а также равенство, которое будет верным при всех допустимых значениях переменных, которые входят в его состав).

Учитель: в следующем задании расположите числа в порядке возрастания:  $1$ ;  $2$ ;  $1 + \sqrt{2}$ ;  $\sqrt{3} - 1$ ;  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ;  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ ;  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ .

Учитель: вот и четвертая, заключительная вершина, которая называется: «Решу и на вершине». Вам предстоит выполнить тест в парах.

1) Установите, истинны или ложны следующие утверждения:

а)  $\sqrt{1600} = 40$ ;

б)  $\sqrt{225} = 25$ .

2) При  $a = -2$  значение  $\sqrt{12 - 2a}$  равно 4. При  $m = -1$  значение  $\sqrt{64 - 17m}$ .

3) Вычислите:

а)  $\sqrt{\frac{225}{81}}$ ;

б)  $\sqrt{0,0144}$ ;

в)  $\sqrt{2^6 \cdot 5^2 \cdot 7^7}$ .

4) Сравните значения:

а)  $\sqrt{10} - 3$  и  $3 - 2\sqrt{2}$ ;

б)  $\sqrt{17}$  и  $3\sqrt{2}$ .

4. Постановка домашнего задания.

Учитель: запишите домашнее задание.

5. Рефлексия:

Учитель: сегодня я узнал... Было интересно... Было трудно... Я приобрел... У меня получилось ... Урок дал мне для жизни...

Таким образом, метод «мозгового штурма» помогает учащимся преодолеть обыденный способ решения задач путем нахождения новых, нестандартных вариантов решения.

### Конспект урока №3

Тема урока: «Площадь. Площадь прямоугольника».

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

Цель урока:

Образовательная: создать условия для совершенствования учащимися навыка вычисления площади фигуры при решении задач; выработки умений применять знания в новой ситуации.

Воспитательная: воспитать ответственное отношение к учебному труду, волю и настойчивость, формировать целостное и гармоничное понимание и восприятие мира.

Развивающая: способствовать развитию познавательного интереса к предмету; развитию умения оперировать ранее полученными знаниями.

Методы и приемы обучения: оргдеятельностный метод (метод ученического целеполагания).

Форма организации урока: индивидуальная, фронтальная.

Оборудование: раздаточный материал для каждой группы: клей-карандаш, маркеры, прямоугольник заданной площади, мерка, 4 синих квадрата, 26 зеленых квадрата, «Оценочный лист проектировщика» – на парту.

Формирование универсальных учебных действий:

Личностные: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.

Регулятивные: умения определять и формулировать цель на уроке с помощью учителя; планировать свое действие в соответствии с поставленной задачей; высказывать свое предположение.

Коммуникативные: умения оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других.

Познавательные: добывать новые знания (находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке).

Основные понятия: длина, ширина, площадь прямоугольника, площадь квадрата, единицы измерения площади.

Структура урока:

1. Организационный момент. Постановка цели;
2. Актуализация знаний (метод ученического целеполагания);
3. Этап обобщения;
4. Первичное закрепление;
5. Рефлексия.

Ход урока:

1. Организационный момент. Постановка цели.

Учитель: здравствуйте, ребята! Сегодня у нас необычный урок. Мы с вами попытаемся объединить теорию с практикой. И вы убедитесь, что математика очень интересная наука, а знания, полученные на уроках, пригодятся и в повседневной жизни. Я предлагаю вам поработать в группах и на протяжении урока вести «Оценочный лист проектировщика», на котором будете выполнять задания и оценивать свою работу.

Учитель: ребята, кто в вашем понимании герой? (Человек умный, отважный). Какими качествами должен обладать герой? (смелый, честный, отважный, умеющий ценить дружбу, работать в коллективе). Пожелаю, чтобы эти качества вы проявляли как можно чаще, а сегодня работая в группе еще и придерживались правил эффективной работы.

2. Актуализация знаний. На этапе актуализации знаний учитель применяет один из эвристических методов обучения, а именно метод ученического целеполагания, с помощью которого учащиеся ставят цель на весь урок.

Учитель: назовите тему, которую вы изучали на прошлом уроке. (Площадь прямоугольника). Как найти площадь прямоугольника? Запишите формулу периметра и площади прямоугольника.  $P = 2(a + b)$ ;  $S = a \cdot b$ .

Учитель: какую учебную задачу вы бы поставили на сегодняшний урок? (Научиться находить площадь в практических ситуациях, совершенствовать умения находить площадь прямоугольника).

Задание 1. Верно или неверно. Площадь прямоугольника равна  $36 \text{ см}^2$ . Все ли из данных пар значений могут быть длинами его сторон?

- 1) 4 см и 9 см; (+)
  - 2) 2 см и 13 см; (-)
  - 3) 3 см и 12 см; (+)
  - 3) 6 см и 6 см; (+)
  - 4) 1 см и 36 см. (+)
3. Этап обобщения.

Учитель: я вас попрошу взять конверт и рассмотреть, что в нем находится. Как вы думаете, чем будем заниматься на следующем этапе урока? (Обучающиеся рассматривают содержимое конверта. Предполагают, что будут что-то проектировать, клеить). На следующем этапе я предлагаю вам создать проект плана площади.

Учитель: что может располагаться на площади? (Памятник, цветы (клумбы), фонтан, скамейки, дорожки и так далее). Площадь – это людное место и для эстетических целей украшения могут быть разбиты газоны, клумбы, а в центре должен стоять монумент. А что же такое монумент? Монумент – архитектурное или скульптурное сооружение в память о каком-нибудь историческом лице, событии.

Учитель: посоветуйтесь в группе, определите расположение монумента и цветочных клумб на вашем плане и создайте макет. На эту работу не более 2-х минут.

Учитель: молодцы. У вас получились очень интересные идеи заполнения площади. Оцените работу группы и проставьте нужные баллы.

Учитель: мы провели предварительную работу, которая поможет вам выполнить расчеты. Вычислите площадь оставшейся свободной территории и рассчитайте длину бордюра, необходимого для ограждения площади.

#### 4. Первичное закрепление.

Учитель: продолжим работу. Перед вами лежит таблица с данными (таблица 13). Проанализируйте полученные данные и сделайте вывод.

1. Площади всех прямоугольников ...? (равны)
2. Если площади ..., то периметры этих прямоугольников ...?
3. Из всех прямоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр будет иметь...?

Таблица 13 – Измерение величин прямоугольника

	Длина	Ширина	Площадь, кв.ед.	Периметр, ед. (длина бордюра)
1.	6	6	36	24
2.	9	4	36	26
3.	12	3	36	30
4.	18	2	36	40
5.	36	1	36	54

#### 5. Рефлексия.

Учитель: сегодня я узнал... Было интересно... Было трудно... Я приобрел... У меня получилось ... Урок дал мне для жизни...

Проведенный урок с использованием метода ученического целеполагания, помог учащимся понимать заданную цель учителя и самим формулировать ее на уроке.

Таким образом, разработанные конспекты уроков, с учетом методических рекомендаций, направленных на использование эвристических методов обучения на уроках математики, могут быть использованы учителями-предметниками и студентами в период прохождения практики, а также при написании курсовых работ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В современной научно-методической литературе имеют место множество определений понятия эвристические методы обучения. В каждом толковании этих терминов есть что-то общее сближающее их все, но в то же время и прослеживается и собственное видение каждого автора, отличающее все определения друг от друга. Изучив литературу по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе в след за А. В. Хуторским под эвристическими методами обучения будем понимать, что это обучение, ставящее целью конструирования учеником собственного смысла, целей и содержания образования, а также процесса его организации, диагностики и осознания [45, с. 358].

А. В. Хуторской [42, с. 331] классифицирует методы эвристического обучения на когнитивные, креативные и организационные.

Для изучения использования эвристических методов обучения на уроках математики был разработан и проведен констатирующий эксперимент с целью проверки использования эвристических методов обучения на уроках математики учителями в основной школе.

Исследование проводилось на базе Муниципальных бюджетных общеобразовательных учреждений города Лесосибирска Красноярского края.

Проанализировав результаты анкетирования, мы пришли к выводу, что только 30% опрошенных учителей используют эвристические методы обучения. А также выявили причины затруднений в использовании эвристических методов обучения на уроках учителями: недостаток методической литературы, содержащей конспекты уроков, дидактического материала (разнообразие карточек, практикумов, тренажеров и т.д.) по использованию эвристических методов обучения; затрата большого количества времени на подготовку к организации урока с использованием эвристического метода обучения.

На основе анализа и интерпретации результатов констатирующего эксперимента были разработаны методические рекомендации и конспекты уроков по использованию эвристических методов обучения на уроках математики в основной школе. В методических рекомендациях представлена инструкция по использованию когнитивных, креативных, организаторских методов обучения на уроках математики учителями в основной школе.

В результате исследования цель была достигнута, поставленные задачи решены.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андреев, В. И. Эвристика для творческого саморазвития / В. И. Андреев. – Казань : Центр инновационных технологий 2017. – 372 с.
2. Андреев, В. И. Педагогика. Учебный курс для творческого саморазвития / В. И. Андреев. – Казань : Центр инновационных технологий 2018. – 608 с.
3. Атанасян, Л. С. Геометрия 7-9 классы : учебное пособие для общеобразовательной организации / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов. – Москва : Просвещение, 2014. – 383 с.
4. Брадис, В. М. Методика преподавания математики в средней школе / В. М. Брадис. – Москва : Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1954. – 504 с.
5. Виноградова, Л. В. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие / Л. В. Виноградова. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2005. – 252 с.
6. Далингер, В. А. Познавательный интерес учащихся и его развитие в процессе обучения математике / В. А. Далингер, Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. Выпуск 3–1. 2018. – С. 131–137.
7. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Учебное пособие для вузов / В. А. Далингер, Л. П. Борисова. – 2-е издание – Москва : Юрайт, 2020. – 187 с.
8. Далингер В. А. Методика развивающего обучения математике. Учебное пособие для вузов / В. А. Далингера, Н. Д. Шатова. – 2-е издание – Москва : Юрайт, 2022. — 297 с.
9. Зайцев, В. Н. Практическая дидактика. Учебное пособие / В. Н. Зайцев. – Москва : Народное образование, 2019. – 224 с.
10. Зубарева, И. И. Математика. 5 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович – 9-е издание стер. – Москва : Мнемозина, 2009. – 270 с.



11. Ильина, Т. А. Педагогика / Т. А. Ильина. – Москва : Просвещение, 1984. – 495 с.
12. Кабанов-Миллер, Е. Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственного развития учащихся / Е. Н. Кабанов-Миллер. – Москва : Просвещение, 1984. – 387 с.
13. Каптерев, П. Ф. Эвристическая форма обучения в народной школе / П. Ф. Каптерев. – Москва : Педагогика, 1990. – 221 с.
14. Колеченко, А. К. Энциклопедия педагогических технологий. Пособие для преподавателей / А. К. Колеченко. – Санкт-Петербург : КАРО, 2017. – 368 с.
15. Коменский, Я. А. Великая дидактика / Я. А. Коменский. – РСФСР : Наркомпрос, 1939. – 320 с.
16. Колягин, Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики / Колягин, Ю. М. – Москва : Просвещение, 1977. – 480 с.
17. Король, А. Д. Метод эвристического диалога в технологии творческой деятельности учащихся / А. Д. Король, Ю. И. Дика, А. В. Хуторской // Ученик в обновляющейся школе. – 2002. – С. 18–21.
18. Король, А. Д. Эвристический урок. Результаты, анализ, рефлексии (Как разработать и провести эвристический урок) : методическое пособие / А. Д. Король. – Минск : Вышэйшая школа, 2017. – 223 с.
19. Король, А. Д. Эвристический практикум по педагогике : учебно-методическое пособие / А. Д. Король, А. В. Хуторской, Е. И. Белокоз. – Гродно : Гродненский Государственный университет им. Янки Купалы, 2014. – 193 с.
20. Король, А. Д. Как разработать и провести занятие эвристического типа. Разработки участников оргдеятельностного семинара, анализ, рефлексия: практикум / А. Д. Король. – Гродно : Гродненский Государственный университет им. Янки Купалы, 2017. – 96 с.
21. Крутецкой, В. А. Эвристические методы в структуре решений / В. А. Крутецкой. – Москва : Педагогика, 2016. – 232 с.

22. Левина, М. М. Технологии профессионального педагогического образования / М. М. Левина. – Москва : Академия, 2001. – 270 с.
23. Махмутов, М. И. Организация проблемного обучения в школе / М. И. Махмутова – Москва : Просвещение, 1977. – 115 с.
24. Мерзляк, А. Г. Математика : 5 класс учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2013. – 304 с.
25. Мерзляк, А. Г. Математика : 6 класс учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Москва : Вентана-Граф, 2014. – 304 с.
26. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский [и др.]. – Москва : Просвещение, 1975. – 462 с.
27. Моляко, В. А. Психология творческой деятельности / В. А. Моляко. – Москва : Высшая школа. 2007. – 431 с.
28. Мордкович, А. Г. Алгебра 7 класс. Учебник для общеобразовательной организации / А. Г. Мордкович. – 13-е. издание – Москва : Мнемозина, 2009. – 270 с.
29. Мордкович, А. Г. Алгебра 8 класс. Учебник для общеобразовательной организации / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – 12-е. издание стер. – Москва : Мнемозина, 2018. – 215 с.
30. Мордкович, А. Г. Алгебра 9 класс. Учебник для общеобразовательной организации / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – 12-е. издание стер. – Москва : Мнемозина, 2010. – 224 с.
31. Мишин, В. И. Методика преподавания математики в средней школе / В. И. Мишин. – Москва : Просвещение, 1987. – 416 с.
32. Пушкин, В. Н. Эвристика – наука о творческом мышлении / В. Н. Пушкин. – Москва : Политиздат, 1967. – 274 с.

33. Подласый, И. П. Педагогика. Учебник для студентов высших педагогических учебных заведений / И. П. Подласый. – Москва : Просвещение, 2017. – 432 с.

34. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике в средней школе. Учебное пособие для студентов математической специальности педагогических вузов и университетов / Г. И. Саранцев. – Москва : Просвещение, 2002. – 224 с.

35. Слостенин, В. А. Педагогика. Учебное пособие для студентов высшего педагогического учебного заведения / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов. – Москва : Академия, 2002. – 576 с.

36. Соколов, В. Н. Педагогическая эвристика: введение в теорию и методику эвристической деятельности / В. Н. Соколов. – Москва : Аспект Пресс, 1995. – 320 с.

37. Столяр, А. А. Методы обучения математике / А. А. Столяр. – Минск : Высшая школа, 2000. – 191 с.

38. Темербекова, А. А. Методика преподавания математики. Учебное пособие для студентов вузов / А. А. Темербекова. – Москва : ВЛАДОС, 2003. – 176 с.

39. Темербекова, А. А. Методика обучения математике. Учебное пособие для студентов высшего учебного заведения / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. – Горно-Алтайск : РИО ГАГУ, 2018. – 365 с.

40. Теория и методика обучения математике в средней школе. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / И. Е. Малова, С. К. Горохова, Н. А. Малинникова [и др.]. – Москва : ВЛАДОС, 2009. – 445 с.

41. Фридман, Л. М. Психопедагогика общего образования: Пособие для студентов и учителей / Л. М. Фридман. – Москва : Институт практической психологии, 2017. – 45 с.

42. Хуторской, А. В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения / А. В. Хуторской. – Москва : МГУ, 2003. – 416 с.

43. Хуторской, А. В. Эвристическое обучение: теория, методология, практика. Научное издание / А. В. Хуторской. – Москва : Международная педагогическая академия, 1998. – 266 с.

44. Хуторской, А. В. О занятиях методом эвристического погружения / А. В. Хуторской // Методика погружения: за и против. 1995. – С. 57–63.

45. Хуторской, А. В. Современная дидактика / А. В. Хуторской. – Санкт-Петербург : Питер, 2001. – 544 с.

46. Хуторской, А. В. Технология эвристического обучения / А. В. Хуторской // Школьные технологии. – 2018. – №4. – С. 55–75.

47. Хуторской, А. В. Дидактические основы эвристического обучения : специальность 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» : автореферат диссертации доктора педагогических наук / Хуторской Андрей Викторович ; Московский Государственный Открытый Педагогический Университет. – Москва, 1998. – 37 с.

48. Черкасов, Р. С. Методика преподавания математики в средней школе / Р. С. Черкасов, А. А. Столяр. – Москва : Просвещение, 2018. – 336 с.

49. Шапарь, В. Б. Новейший психологический словарь / В. Б. Шапарь, В. Е. Рассоха, О. В. Шапарь Изд. 4-е – Ростов на Дону : Феникс, 2018, с. 768-769.

50. 100 эвристических заданий : разработки участников оргдеятельностного семинара «Как разработать открытое (эвристическое) задание» / А. Д. Король [и др.] ; Школа эвристического диалога в образовании. – Гродно : Гродненский Государственный университет им. Янки Купалы, 2017. – 50 с. – ISBN 978-985-582-102-2.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Задания на когнитивный метод обучения

Таблица А.1 – Задания на когнитивный метод обучения

Задание когнитивного метода обучения	Задачи	Когнитивный метод обучения
5 класс, тема «Площадь. Площадь прямоугольник»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	<p>1. Хватит ли 5 т гороха, чтобы засеять им поле, имеющее форму прямоугольника со сторонами 500 м и 400 м, если на 1 га земли надо высеять 260 кг гороха?</p> <p>2. Фермер Петр Трудолюбов посадил в теплице огурцы. Длина теплицы равна 16 м 50 см, а ширина – 12 м. Сколько килограммов огурцов соберет фермер в своей теплице, если с 1 м<sup>2</sup> собирают 30 кг огурцов?</p>	Метод исследования; метод символического видения.
Исследование исторических фактов.	<p>1. История развития понятия площади, ее измерения.</p> <p>2. История происхождения понятия прямоугольник.</p>	Метод исследования; метод сравнения; метод эвристических вопросов; метод смыслового «видения».
5 класс, тема «Уравнение»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	<p>1. Решите уравнение:                      1) <math>(134 + x) - 583 = 426</math>;                      2) <math>(y - 506) + 215 = 429</math>;                      3) <math>643 - (581 - b) = 292</math>.</p> <p>2. Решите с помощью уравнения задачу.                      Оксана задумала число. Если к этому числу прибавить 43 и полученную сумму вычесть из числа 96, то получим число 25. Какое число задумала Оксана.</p> <p>3. Какое число надо подставить вместо <math>a</math>, чтобы корнем уравнения: <math>(x - 7) + a = 23</math> было число 9?</p>	Метод исследования; метод символического видения.
Исследование исторических фактов.	История происхождения понятия уравнение.	Метод исследования; метод сравнения; метод эвристических вопросов; метод смыслового «видения».

Продолжение таблицы А.1

Задание когнитивного метода обучения	Задачи	Когнитивный метод обучения
6 класс, тема «Простые и составные числа»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Запишите все делители числа, подчеркните те из них, которые являются простыми числами: 21; 30; 48; 54. 2. Простым или составным числом будет произведение: а) $13 \cdot 1$ ; б) $4 \cdot 7$ ; в) $11 \cdot 13$ ? 3. Существует ли прямоугольник, длины сторон которого выражаются натуральными числами, а периметр – простым числом (длины сторон и периметр прямоугольника выражены в одних и тех же единицах измерения)?	Метод исследования; метод символического видения.
Исследование исторических фактов.	История происхождения простых составных чисел.	Метод исследования; метод сравнения; метод эвристических вопросов; метод смыслового «видения».
6 класс, тема «Окружность и круг»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Радиус окружности с центром $A$ равен 9 см, а радиус окружности с центром $B$ – 2 см. Найдите расстояние между центрами этих окружностей. 2. С помощью циркуля и линейки постройте треугольник со сторонами: а) 3 см, 3 см и 4 см; б) 5 см, 6 см и 4 см.	Метод исследования; метод символического видения.
Исследование исторических фактов.	1. Историческая справка о возникновении понятия окружность, круг. 2. История возникновения циркуля.	Метод исследования; метод сравнения; метод эвристических вопросов; метод смыслового «видения».
7 класс, тема «Вынесение общего множителя за скобки»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Разложите многочлен на множители: а) $3x + 3y$ ; б) $2,4a + 7,2b$ ; в) $8d^4 - 32d^2$ . 2. Вычислите наиболее рациональным способом: а) $2,49 \cdot 1,63 - 2,12 \cdot 1,63 + 1,63^2$ ; б) $0,756^2 - 0,241 \cdot 0,756 - 0,415 \cdot 0,756$ .	Метод исследования; метод символического видения.

Продолжение таблицы А.1

Задание когнитивного метода обучения	Задачи	Когнитивный метод обучения
Доказать математическое выражение.	Докажите, что значение выражения: а) $17^6 + 17^5$ кратно 18; б) $10^6 + 5^7$ кратно 23; в) $6^4 - 2^8$ кратно 13.	Метод гипотез; метод конструирования теорий.
7 класс, тема «Измерение углов»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Луч $OE$ делит угол $AOB$ на два угла. Найдите угол $AOB$ , если $\angle AOB = 44^\circ$ , $\angle EOB = 77^\circ$ . 2. Начертите луч $OA$ и с помощью транспортира отложите от луча $OA$ углы $AOB$ , $AOC$ и $AOD$ так, чтобы $\angle AOB = 23^\circ$ , $\angle AOC = 67^\circ$ , $\angle AOD = 138^\circ$ .	Метод исследования; метод символического видения.
Исследование исторических фактов.	1. История происхождения понятия угла. 2. История возникновения транспортира.	Метод исследования; метод сравнения; метод эвристических вопросов; метод смыслового «видения».
8 класс, тема «Формулы корней квадратных уравнений»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Найдите дискриминант квадратного уравнения: а) $x^2 + 5x - 6 = 0$ ; б) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$ . 2. Определите число корней квадратного уравнения: а) $x^2 - 16x + 64 = 0$ ; б) $16x^2 - 8x + 1 = 0$ . 3. Вкладчик положил в банк 10000 р. Под некоторый процент годовых. В конце первого года банк увеличил процент годовых на 5%. Под какой процент были положены деньги, если после двух лет хранения денег в банке вкладчик получил 11550 рублей?	Метод исследования; метод символического видения.
8 класс, тема «Теорема Пифагора»		
Доказать теорему.	Доказать теорему Пифагора.	Метод гипотез; метод конструирования теорий.
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника по данным катетам $a$ и $b$ : а) $a = 6, b = 8$ ; б) $a = 8, b = 8\sqrt{3}$ . 2. Найдите катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла $60^\circ$ , если гипотенуза равна $c$ .	Метод исследования; метод символического видения.

Окончание таблицы А.1

Задание когнитивного метода обучения	Задачи	Когнитивный метод обучения
Исследование исторических фактов.	История теоремы Пифагора.	Метод исследования; метод сравнения; метод эвристических вопросов; метод смыслового «видения».
9 класс, тема «Рациональные неравенства»		
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Решите неравенство: а) $(x + 2)(x + 3) > 0$ ; б) $t(t - 1) < 0$ . 2. Решите неравенство: а) $\frac{2x^2 + 18x - 4}{x^2 + 9x + 8}$ ; б) $\frac{9x^2 + 6x + 1}{25 - x^2}$ .	Метод исследования; метод символического видения.
9 класс, тема «Тела и поверхности вращения»		
Доказать теорему.	1. Докажите, что объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоты. 2. Докажите, что объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.	Метод гипотез; метод конструирования теорий.
Исследование объекта (число, уравнение, задача); установить его происхождение, смысл.	1. Диаметр основания цилиндра равен 1 м, высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра. 2. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает? 3. Сколько кожи пойдет на покрышку футбольного мяча радиуса 10 см (на швы добавить 8% от площади поверхности мяча).	Метод исследования; метод символического видения.



## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Задания на креативный метод обучения

Таблица Б.2 – Задания на креативный метод обучения

Задание креативного метода обучения	Задачи	Креативный метод обучения
5 класс, тема «Плоскость. Прямая. Луч»		
Выполнить задачу иными способами.	<p>1. В 10 ч утра со станции отправился поезд со скоростью 60 км/ч. На каком расстоянии от станции будет поезд в 15 ч того же дня, если будет двигаться с этой же скоростью без остановок?</p> <p>2. Таня и Миша учатся в одной школе. Таня живёт в доме около одной конечной остановки автобуса, а Миша – в доме около другой конечной остановки этого же маршрута. Когда они едут в школу, то Таня выходит на пятой остановке, а Миша – на седьмой. Сколько всего остановок на этом маршруте?</p>	Метод синектики; метод морфологического ящика.
Сочинить обратную задачу или математическое задание.	<p>1. Веревку разрезали на три куска так, что первый кусок оказался на 3 м короче второго и на 3 м длиннее третьего куска. На сколько метров третий кусок короче второго?</p> <p>2. На плоскости проведено пять попарно пересекающихся прямых. Каким может оказаться наименьшее количество точек пересечения этих прямых? Наибольшее количество?</p>	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.
5 класс, тема «Округление чисел. Прикидки»		
Сочинить обратную задачу или математическое задание	<p>1. У Вити есть 500 р. На свой день рождения он хочет угостить каждого из 24 своих одноклассников шоколадкой. Одна шоколадка стоит 19 р. Узнав это, Витя сразу сообразил, что денег ему не хватит. Как, по вашему мнению, он смог это быстро определить?</p> <p>2. Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы округление было выполнено верно:</p> <p>а) <math>4,9 * \approx 4,9</math>;</p> <p>б) <math>13,2 * 99 \approx 13,2</math>;</p> <p>в) <math>5,47 * 4 \approx 5,47</math>.</p>	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.

Продолжение таблицы Б.2

Задание креативного метода обучения	Задачи	Креативный метод обучения
6 класс, тема «Пропорции»		
Сочинить обратную задачу или математическое задание	1. За 7 ч в бассейн налили 224 л воды. За какое время в него нальется 288 л воды? 2. Площадь поля равна 480 га. Пшеницей засеяли 24% площади поля. Сколько гектаров земли засеяли пшеницей? 3. Расстояние между городами <i>A</i> и <i>B</i> на местности равно 315 км, а на карте – 4,2 см. Какое расстояние между городами <i>C</i> и <i>D</i> на этой карте, если расстояние на местности между ними составляет 135 км?	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.
6 класс, тема «Решение задач с помощью уравнений»		
Выполнить задачу иными способами.	1. Буратино заплатил за дневник и учебник «Арифметика» 96 сольдо, причем дневник стоил в 5 раз меньше, чем учебник. Сколько сольдо заплатил Буратино за дневник и сколько за учебник? 2. Фермер продал 8 кг свинины и 15 кг говядины за 7650 р. Сколько стоил 1 кг свинины и 1 кг говядины, если свинина дешевле говядины на 50 р. за килограмм? 3. Периметр прямоугольника равен 12,8 см, а одна из его сторон на 2,4 см меньше другой. Найдите площадь прямоугольника.	Метод синектики; метод морфологического ящика.
Сочинить обратную задачу или математическое задание	1. Аладдин купил сливочное масло за 12 драхм за порцию и шоколадное за 18 драхм. Сколько порций каждого вида мороженого приобрел Аладдин, если всего он купил 24 порции, заплатив за всю покупку 372 драхмы? 2. У Андрея было в 5 раз больше денег, чем у Лены. Когда Андрей купил книгу за 240 р., а Лена – куклу за 80 р., то у Лены осталось на 320 р. меньше, чем у Андрея. Сколько денег было у каждого из них в начале?	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.

Продолжение таблицы Б.2

Задание креативного метода обучения	Задачи	Креативный метод обучения
7 класс, тема «Метод подстановки»		
Выполнить задачу иными способами.	1. Решите задачу, используя для составления математической модели две переменные: а) В седьмых классах девочек в 1,3 раза больше, чем мальчиков. Сколько всего учеников в седьмых классах, если девочек на 12 больше, чем мальчиков. б) Два числа в сумме дают 77. Найдите эти числа, если $\frac{2}{3}$ одного числа составляют $\frac{4}{5}$ другого. 2. Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} 4x - 5y = 1; \\ 2x - 3y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4(x - y) = -2; \\ 3x - 7y = -2,5 - 2(x + y). \end{cases}$	Метод синектики; метод морфологического ящика.
Сочинить обратную задачу или математическое задание	1. Решите задачу, используя для составления математической модели две переменные: а) Первое число составляет 87% от второго. Найдите эти числа, если второе число больше первого на 3,9. б) Первое число составляет 124% от второго. Найдите эти числа, если их сумма равна 112.	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.
7 класс, тема «Сумма углов треугольника»		
Сочинить обратную задачу или математическое задание	1. Найдите углы равнобедренного треугольника, если: а) угол основания в два раза больше угла, противолежащего основанию; б) угол при основании в три раза меньше внешнего угла, смежного с ним. 2. Верно ли утверждение: если треугольник равнобедренный, то один из его внешних углов в два раза больше угла треугольника, не смежного с этим внешним углом. 3. Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен $115^\circ$ . Найдите углы треугольника.	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.

Продолжение таблицы Б.2

Задание креативного метода обучения	Задачи	Креативный метод обучения
8 класс, тема «Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями»		
Выполнить задачу иными способами.	1. Выполните сложение или вычитание алгебраических дробей: а) $\frac{7}{z-7} - \frac{z}{z-7}$ ; б) $\frac{3x+5}{-x-5} + \frac{2x}{x+5}$ ; в) $\frac{pq}{p-q} + \frac{q^2}{q-p}$ . 2. Упростите выражение: а) $\frac{9x^2}{9x^2-4} - \frac{12x}{(3x-2)(3x+2)} - \frac{4}{9x^2-4}$ ; б) $\frac{x^2-3}{(x-2)^4} - \frac{5x-1}{(x-2)^4} + \frac{x+6}{(x-2)^4}$ .	Метод синектики; метод морфологического ящика.
8 класс, тема «Параллелограмм и трапеция»		
Выполнить задачу иными способами.	1. Биссектриса угла $A$ параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону $BC$ в точке $K$ . Найдите периметр этого параллелограмма, если $BK = 15$ см, $KC = 9$ см. 2. Один из углов равнобедренной трапеции равен $68^\circ$ . Найдите остальные углы трапеции.	Метод синектики; метод морфологического ящика.
Сочинить обратную задачу или математическое задание	1. Докажите, что из одинаковых плиток, имеющих форму равнобедренной трапеции, можно сделать паркет, полностью покрывающий любую часть плоскости. 2. Найдите периметр параллелограмма, если биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма на отрезки 7 см и 14 см.	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.
9 класс, тема «Комбинаторные задачи»		
Выполнить задачу иными способами.	1. В урне лежат девять неразличимых на ощупь шаров: пять белых и четыре черных. Вынимают одновременно два шара. Если они разного цвета, то их откладывают в сторону, а если одного цвета, то возвращают в урну. Такую операцию повторяют два раза. Нарисуйте дерево возможных вариантов. В скольких случаях в урне останется не более пяти шаров? 2. К хозяину дома пришли гости $A, B, C, D$ . За круглым столом – пять разных стульев. Сколько существует способов рассаживания? Сколько существует способов рассаживания, если известно, что гостя $C$ следует посадить рядом с гостем $A$ ?	Метод синектики; метод морфологического ящика.

## Окончание таблицы Б.2

Задание креативного метода обучения	Задачи	Креативный метод обучения
Сочинить обратную задачу или математическое задание	Из цифр 0, 2, 8, 9 составляют различные трехзначные числа (повторение цифр допускаются). Найдите наименьшее число. Укажите все нечетные числа, которые больше 900.	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.
9 класс, тема «Многогранники»		
Выполнить задачу иными способами.	1. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: а) 1, 1, 2; б) 8, 9, 12. 2. Изобразите тетраэдр $KLMN$ и постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через ребро $KL$ и середину $A$ ребра $MN$ .	Метод синектики; метод морфологического ящика.
Сочинить обратную задачу или математическое задание.	1. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда. 2. Найдите объем правильной $n$ -угольной призмы, все ребра которой равны $a$ , если $n = 6$ .	Метод «мозгового штурма»; метод придумывания.
Изготовить модель, математическую фигуру или другую математическую поделку.	Из развертки многогранников склеить фигуры (призму, параллелепипед, пирамиду).	Метод образной картины, метод морфологического ящика.

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Задания на оргдеятельностный метод обучения

Таблица В.3 – Задания на оргдеятельностный метод обучения

Задание оргдеятельностного метода обучения	Задачи	Оргдеятельностный метод обучения
5 класс, тема «Понятие обыкновенной дроби»		
Разработать цели по математике на урок.	Составить план работы на урок по изучаемой теме.	Метод ученического целеполагания; метод ученического планирования.
Составить викторину	Составить викторину на тему «Понятие обыкновенной дроби».	Метод создания образовательных программ.
5 класс, тема «Треугольник и его виды»		
Составить викторину	Составить викторину на тему «Треугольник и его виды».	Метод создания образовательных программ.
6 класс, тема «Целые числа. Рациональные числа»		
Составить викторину	Составить викторину на тему «Целые числа. Рациональные числа»	Метод создания образовательных программ.
6 класс, тема «Цилиндр, конус, шар»		
Разработать план домашней работы по теме.	Составить план домашней работы по теме «Цилиндр, конус, шар».	Метод ученического целеполагания; метод ученического планирования.
Составить викторину.	Составить викторину на тему «Цилиндр, конус, шар».	Метод создания образовательных программ.
7 класс, тема «Степень с натуральным показателем и ее свойства»		
Составить викторину	Составить викторину на тему «Степень с натуральным показателем и ее свойства».	Метод создания образовательных программ.
7 класс, тема «Начальные геометрические сведения»		
Разработать план домашней работы	Составить план домашней работы на главу «Начальные геометрические сведения».	Метод ученического целеполагания; метод ученического планирования.
Составить викторину	Составить викторину на тему «Начальные геометрические сведения».	Метод создания образовательных программ.
8 класс, тема «Квадратные уравнения»		
Составить викторину	Составить викторину на тему «Квадратные уравнения»	Метод создания образовательных программ.

Окончание таблицы В.3

Задание оргдеятельностного метода обучения	Задачи	Оргдеятельностный метод обучения
8 класс, тема «Векторы»		
Составить викторину	Составить викторину на тему «Векторы»	Метод создания образовательных программ.
9 класс, тема «Прогрессии»		
Составить викторину	Составить викторину на тему «Прогрессии».	Метод создания образовательных программ.
9 класс, тема «Начальные сведения из стереометрии»		
Составить викторину	Составить викторину на тему «Начальные сведения из стереометрии»	Метод создания образовательных программ.