Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал Сибирского федерального университета

Высшей математики, информатики и естествознания
кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

44.03.05 Педагогическое образование
код и наименование направления

АКТУАЛИЗАЦИЯ МАТЕРИАЛА ПЛАНИМЕТРИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ
тема

Руководитель ____________ Т.В. Захарова
подпись инициалы, фамилия

Выпускник ____________ А.А. Хорошая
подпись инициалы, фамилия

Лесосибирск 2019

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал Сибирского федерального университета

Высшей математики, информатики и естествознания
кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

44.03.05 Педагогическое образование
код и наименование направления

АКТУАЛИЗАЦИЯ МАТЕРИАЛА ПЛАНИМЕТРИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ

Работа защищена «25» июня 2019 г. с оценкой «удовлетворит.»

Председатель ГЭК ____________ А.М.Гилязутдинова
подпись инициалы, фамилия

Члены ГЭК
____________ Е.Н. Яковлева
подпись инициалы, фамилия
____________ Н.Ф. Романцова
подпись инициалы, фамилия
____________ А.А. Степанов
подпись инициалы, фамилия
____________ В.В. Фирер
подпись инициалы, фамилия

Руководитель ____________ Т.В. Захарова
подпись инициалы, фамилия

Выпускник ____________ А.А. Хорошая
подпись инициалы, фамилия

Лесосибирск 2019

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «АКТУАЛИЗАЦИЯ МАТЕРИАЛА ПЛАНИЕТРИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ» содержит 50 страниц текстового документа, 58 использованных источника, 15 таблицы, 3 приложений.

АКТУАЛИЗАЦИЯ МАТЕРИАЛА ПЛАНИЕТРИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ

Актуальность исследования исходит из необходимости умелого использования материала по планиметрии на уроках стереометрии при решении задач на сечения многогранника плоскостью, нахождение площадей полученных сечений, вычисление площадей поверхностей и объемов многогранников и тел вращения.

Цель исследования – рассмотреть актуализацию материала планиметрии при изучении стереометрии в старших классах.

Объект исследования – процесс обучения стереометрии в старших классах.

Предмет исследования – дидактический комплект по актуализации материала планиметрии при изучении стереометрии в старших классах.

Основные задачи исследования:

1. Рассмотреть теоретические основы курса стереометрии современной школы;

2. Раскрыть взаимосвязь планиметрии и стереометрии;

3. Подготовить дидактический комплект по актуализации материала планиметрии при изучении стереометрии в старших классах.

В результате исследования были рассмотрены основные понятия и определения. Разработаны методические рекомендации по актуализации знаний планиметрии при изучении стереометрии в старших классах.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Основной задачей модернизации российского образования является повышение его доступности, качества и эффективности. Это предполагает точный и правильный подход ко всему образовательному процессу, приведение его в соответствие с требованиями времени. В настоящее время традиционный взгляд на содержание обучения математике, ее роль и место в общем образовании пересматриваются и уточняются. Наряду с подготовкой учащихся, которые в дальнейшем в своей профессиональной деятельности будут пользоваться математикой, важнейшей задачей обучения становится обеспечение некоторого гарантированного уровня математической подготовки всех школьников независимо от специальности, которую они изберут в дальнейшем.

По мнению А.Д. Александрова [2], вопрос о необходимости любого школьного предмета, о необходимости того или иного его раздела сводится к вопросу о его практической надобности и значении в развитии личности.

Понимание того, что практически нужно в геометрии и что в данном предмете может служить развитию личности, должно определять и содержание предмета, и постановку его преподавания.

Ни один предмет ученики так ни готовы воспринимать, как наглядную геометрию, в то же время, ни один предмет не начинают изучать в школе с таким опозданием, как геометрию. Шестилетний провал в геометрическом образовании детей - это трудно восполнимая потеря с точки зрения и общего эмоционального и умственного развития ребенка. Процесс геометрического образования должен быть непрерывным (не допускать периодов бездействия), равномерным (не допускать перегрузок на каких-либо этапах), разнообразным.

Во всяком подлинно геометрическом предложении, будь то аксиома, теорема или определение, неразрывно присутствуют эти два элемента: наглядная картина и строгая формулировка, строгий логический вывод. Там, где нет ни одной из двух сторон, нет и подлинной геометрии.

Цель исследования - рассмотреть актуализацию материала планиметрии при изучении стереометрии в старших классах.

Объект исследования - процесс обучения стереометрии в старших классах.

Предмет исследования - дидактический комплект по актуализации материала планиметрии при изучении стереометрии в старших классах.

Основные задачи исследования:

1. Рассмотреть теоретические основы курса стереометрии современной школы;

2. Раскрыть взаимосвязь планиметрии и стереометрии;

3. Подготовить дидактический комплект по актуализации материала планиметрии при изучении стереометрии в старших классах.

Методологической основой выступили труды отечественных ученых: В.Г. Болтянского [6], А.Д. Александрова [2].

Методы исследования: анализ научно-педагогической, методической и математической литературы, программы, учебников, учебных и методических пособий по теме исследования.

Практическая значимость выпускной работы определяется возможностью применения материалов выпускной квалификационной работы в учебном процессе основной школы.

Выпускная квалификационная работа включает введение, две главы, заключение, список использованных источников (в количестве 47), 3 приложения.

1 Теоретические основы курса стереометрии современной школы

1.1 Роль изучения геометрии в современной школе

Известно, какую большую роль играет геометрия в науке и образовании. На протяжении всей истории человечества: она служила источником развития не только математики, но и многих других наук. Именно в ней появились первые теоремы и доказательства. Сами законы математического мышления формировались с помощью геометрии [30].

Многие геометрические задачи способствовали появлению новых научных направлений. Наоборот, решение многих научных проблем получено с использованием геометрических методов. Например:

- задача об измерении длины отрезков привела к открытию Пифагором несоизмеримых отрезков и в дальнейшем к построению действительных чисел;

- задачи об измерении длины окружности, площади круга, объемов шара и пирамиды привели древнегреческих ученых к понятию предела и заложили основы интегрального исчисления;

-задачи нахождения уравнения касательной к кривой и вычисления площади криволинейной трапеции привели Г. Лейбница и И. Ньютона к созданию дифференциального и интегрального исчисления;

- геометрические методы изображения пространственных фигур стали фундаментом живописи, изобразительного искусства;

- задача о нахождении орбит космических тел оказалась связанной и была решена с помощью конических сечений;

- современные представления о Вселенной описываются на языке геометрии с помощью понятия многообразия.

- задача Эйлера о кенигсбергских мостах положила начало нового направления: геометрии – теории графов;

- функциональный анализ, один из современных разделов математического анализа, опирается на понятие бесконечномерного линейного пространства, обобщающего понятие евклидова пространства;

- одно из основных: понятий современной алгебры – понятие группы, возникло на основе геометрических понятий симметрии и движения. Группы симметрий: играют важную роль не только в математике, но и физике, химии, биологии, кристаллографии и других науках;

- в последние десятилетия активно развивается: алгебраическая геометрия – раздел математики, изучающий алгебраические структуры геометрическими методами. В частности, решение проблемы Ферма было недавно получено с использованием глубоких геометрических методов;

- разработка методов решения задач оптимального управления стала возможной благодаря развитию геометрических методов, в том числе теории многогранников;

- в последние годы, в связи с развитием компьютерной техники, возникло и успешно развивается новое направление геометрии – компьютерная геометрия;

Вообще современная наука и ее приложения немыслимы без геометрии и ее разделов, таких как топология, теория графов, дифференциальная геометрия, алгебраическая геометрия, компьютерная геометрия и др.

Как отмечает И.М. Смирнова [31] , появление компьютеров не только не снижает, но и увеличивает роль геометрии, поскольку при этом существенно расширяются возможности графического представления материала.

Отечественной школой накоплен уникальный опыт преподавания геометрии. Учебник по геометрии А.П. Киселева [23] под редакцией Н.А. Глаголева на протяжении десятилетий оставался образцом строгости, четкости и доступности изложения геометрии.

Конечно, этот и другие учебники геометрии прошлого века уже не отвечают современной структуре и дидактическим требованиям к обучению. Их содержание приходится на времена «до нашей эры».

Так, например, изучение геометрических фигур в планиметрии ограничивается треугольниками, четырехугольниками, правильными многоугольниками и окружностями. Полностью отсутствуют кривые, не рассматриваются (даже в ознакомительном порядке) современные направления развития геометрии и их приложения [20].

Все это существенно обедняет курс геометрии в школе, делает его неинтересным, не дает возможности сформировать у учащихся необходимые геометрические представления, сдерживает их интеллектуальное развитие.

Мы исходим из того, что геометрия это элемент общей культуры человека, который вносит неоценимый вклад в развитие мышления, воображения, исследовательских способностей.

Об этом: говорили и говорят многие видные ученые-математики. Например, Н.Ф. Четверухин подчеркивал важность развития пространственных представлений для всех учащихся вне зависимости от направления их дальнейшего образования и выбора будущей профессии. «Хорошее пространственное воображение нужно конструктору, создающему новые машины, геологу, разведывающему недра земли, архитектору, сооружающему здания современных: городов, хирургу, производящему тончайшие операции среди кровеносных сосудов и нервных волокон, скульптору, художнику: и т.д.» [52, с. 219].

А.Д. Александров [3, с. 6], говоря о целях преподавания геометрии, указывает, что «особенность геометрии, выделяющая ее среди других наук вообще, состоит в том, что в ней самая строгая логика соединена с наглядным представлением. Геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и строгой логики, в котором они взаимодействуют и дополняют друг друга». В соответствии с этим в статье делается вывод о том, что преподавание геометрии в школе должно включать в себя три тесно связанных, но вместе с тем и противоположных элемента логику, наглядное представление и применение к реальным вещам. Задача геометрии заключается в развитии у учащихся трех соответствующих качеств логического мышления, пространственного воображения и практического понимания.

В.Г. Болтянский [6] в статье «Математическая культура и эстетика» говорил о том, что природа геометрии предоставляет богатые возможности для воспитания у школьников эстетического чувства красоты в самом широком значении этого слова. Красота геометрии заключается в ее проявлениях в живой природе, архитектуре, живописи, декоративно-прикладном искусстве, строительстве и т.д., а также в смелых, оригинальных, нестандартных доказательствах, выводах и решениях.

Задача обновления школьного курса геометрии состоит в том, чтобы сделать курс геометрии современным, интересным, учитывающим склонности и способности каждого ученика, направленным на воспитание математической культуры, интеллектуальное развитие личности, формирование представлений учащихся о математике, ее месте и роли в современном мире [10].

Для этого в школьный курс геометрии необходимо включать вопросы философского и мировоззренческого характера, истории развития математики, знакомить учащихся с некоторыми современными направлениями ее развития и приложениями. При этом особое значение мы придаем формированию пространственных представлений учащихся, развитию их геометрической интуиции [19].

Таким образом, считается, что элементы современной геометрии и приложения доступны учащимся, способным к математике, и могут быть рассмотрен: только в специальных математических классах. На самом деле из того, что ученику трудно даются некоторые разделы основного курса геометрии не следует, что он не может и не должен знакомиться с элементами современной геометрии. Как правило, материал, относящийся к современным разделам геометрии, обладает большей наглядностью, имеет исторические и прикладные аспекты, вызывает повышенный интерес учащихся.

1.2 Особенности изучения курса стереометрии в старшей школе

При изучении стереометрии, в отличие от планиметрии, плоский рисунок далеко не всегда дает учащемуся полное представление об изучаемом теле. Это является одной из причин того, что стереометрия считается трудным школьным предметом. Курс стереометрии изучается в старших классах. Содержание учебного материала можно условно разделить на две части. В первой части (10 класс) изучаются введение в стереометрию, параллельность прямых и плоскостей, перпендикулярность прямой и плоскости. На основании этого учебного материала, с опорой на знания из раздела «Планиметрия», решаются задачи на нахождение длин отрезков (ребер, диагоналей многогранников) и площадей (граней, сечений многогранников). Во второй части (11 класс): рассматриваются свойства многогранника и тела вращения, их площади поверхности и объемы. Иногда у учащихся складывается неверное представление о неважности первой стереометрии, изучаемой в 10 классе. Необходимо постоянно показывать значимость учебного материала в этом классе [46].

Широкие возможности для развития пространственных представлений о стереометрии открываются при использовании различных наглядных пособий и ТСО. Можно организовать работу по изготовлению наглядных пособий силами учащихся. Эта работа потребует от них и определенных знаний, и достаточно развитого пространственного воображения. Работа по изготовлению самодельных учебных наглядных пособий проводится под руководством учителя в классе, во внеурочное время, в кружках и школьных производственных мастерских. Помимо положительного влияния на усвоение курса математики, такая работа содействует повышению эффективности урока [56].

Курс стереометрии предоставляет прекрасную возможность для иллюстрации дедуктивного метода и развития пространственных представлений. Развитие логического мышления реализуется через правильно подобранный задачный материал и разумное сочетание логики и интуиции учащихся. Заданный материал дает возможность применения различных методов. Одна и та же задача может быть решена по-разному. Целенаправленная работа учителя по решению «опорных» задач, по обучению умению применять различные методы при их решении, по отбору задач для демонстрации эффективности того или иного метода [19].

Таким образом использование наглядности способствует прочному усвоению знаний, формированию знаний, умений и навыков, развитию творческой активности школьников, обогащению абстрактного мышления школьников.

1.3 Взаимосвязь планиметрии и стереометрии

Школьный курс геометрии: состоит из двух частей: планиметрии и стереометрии. В отличии от планиметрии, изучающей свойства геометрических фигур на плоскости, стереометрия изучает свойства фигур в пространстве. Тем самым среди важнейших целей обучения стереометрии можно выделить следующие: развитие основных психологических компонентов, пространственных представлений, пространственного воображения, логического мышления, без которых невозможно развитие творческих способностей учащихся, формирование их личности [32].

Переход от планиметрии к изучению стереометрии вызывает у учащихся большие трудности и связаны они с тем, что в этом курсе отсутствуют алгоритмы (практически каждая задача и каждая теорема решаются и доказываются как новые) и с тем, что у школьников неразвиты пространственные представления [15].

Развитие пространственных представлений у учащихся в курсе стереометрии должно идти, прежде всего, за счет существенного пополнения запасов пространственных представлений, полученных школьниками в пропедевтическом курсе математики и в систематическом курсе планиметрии.

Задачи, которые следует использовать для формирования у школьников пространственных представлений, должны быть двух типов:

а) задания на создание пространственных образов;

б) задания на оперирование пространственными образами.

Необходимо заметить, что такое деление задач условно, ибо в создание образа обязательно входит оперирование уже имеющимися пространственными образами. Создание образа должно осуществляться с опорой на наглядность, а оперирование образом – в условиях отвлечения от наглядности, мысленного изменения его исходного содержания.

Важно подчеркнуть, что при изучении стереометрии учащиеся познают пространство, в котором живут, знакомятся с пространственными образами и формами окружающего мира. Кроме того, в процессе изучения стереометрии учащиеся приобретают необходимые практические умения: изображать, моделировать, измерять. Говоря другими словами, геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и логики, в котором они взаимно организуют и направляют друг друга. Воображение даёт непосредственное видение геометрического факта и подсказывает логике его выражение и доказательство, а логика, в свою очередь, придаёт точность воображению и направляет его к созданию картин, обнаруживающих нужные логике связи [56].

Именно в стереометрии указанная особенность геометрии выступает наиболее ярко. Во-первых, потому, что в ней требуется пространственное воображение. Факты планиметрии изображаются на доске и на бумаге с точностью до подобия (не считая того, что нельзя нарисовать бесконечную прямую без всякой толщины и т.п.). Но факты стереометрии изображаются условно и потому не могут быть верно, восприняты без дополнительного пространственного представления. А оно составляет известную трудность, нередко значительную.

Во-вторых, стереометрия изучается в последних классах школы, когда учащиеся должны быть достаточно развиты для того, чтобы воспринять логику дедуктивного изложения. Поэтому курс стереометрии можно и следует строить с большей логической последовательностью и доказательностью, чем курс планиметрии.

Приступая с учащимися к изучению стереометрии, необходимо помнить, что учащиеся имеют затруднения в пространственном представлении, не умеют в должном виде изображать трехмерный образ на двухмерной плоскости листа или доске, не умеют рассмотреть и тем самым представить себе изображаемый в плоскости чертежа трехмерный геометрический образ. Чтобы преодолеть эти трудности, необходимо на первых уроках широко использовать наглядные материалы.

При изучении стереометрии большое внимание должно быть обращено на формирование у учащихся умения видеть геометрические формы в окружающих телах. Это должны быть как тела привычных форм и соотношений, так и непривычных. Так, например, примерами последних могут служить следующие: ученическая линейка – прямоугольный параллелепипед, монета – цилиндр, цистерна – цилиндр, воронка – два усеченных конуса и т.д.

Учителю необходимо акцентировать внимание учащихся на аналогии изучения планиметрии и стереометрии. При подготовке и проведении уроков стереометрии делается упор на знания, умения учащихся, полученных их курса планиметрии.

Таким образом первые уроки стереометрии играют большую роль в дальнейшем изучении курса стереометрии, так как на них закладываются первые пространственные представления учащихся, развивается логическое мышление.

2 Методические основы актуализации материала планиметрии при изучении стереометрии в старшей школе

2.1 Описание дидактического комплекта по актуализации материала планиметрии при изучении стереометрии

Закончив изучение курса планиметрии в 9-м классе, учащиеся не всегда могут применить полученные знания при решении задач. На уроках часто не хватает времени для полноценного закрепления изученного материала на решении задач. По некоторым темам нет достаточного количества необходимых задач [10].

У учеников появляются пробелы в знаниях, которые со временем накапливаются и устранение их требует больших затрат по времени. В 10-11 классах при изучении стереометрии постоянно приходиться возвращаться к некоторым фактам планиметрии, поскольку решение любой стереометрической задачи сводиться к решению нескольких планиметрических задач. Поэтому необходимо иметь комплект дидактических материалов, который учитель всегда может использовать по мере необходимости [16].

Разработанный дидактический комплект направлен на ликвидацию пробелов в теоретическом материале и его систематизацию, отработку умений и навыков решения задач по всему курсу планиметрии. Здесь предусмотрено повторение свойств основных фигур через решение задач [6].

Дидактический комплект содержит задачи, навык решения которых потребуется при изучении стереометрии, а также при подготовке к ГИА в 9 классе и ЕГЭ. Большая часть теоретического материала дана в справочных таблицах, которые могут вывешиваться на уроки повторения или записываться учащимися в справочные тетради. Некоторые темы предлагается повторить устно, решая задачи с использованием готовых чертежей, а в классах со слабоуспевающими учащимися решения некоторых таких задач можно записать.

Комплект содержит задачи с решениями, демонстрирующими какой-либо способ рассуждений при решении задач, который возможно не был рассмотрен на уроке при изучении данной темы. Задачный материал по некоторым темам оформлен в виде тестов, имеет готовые чертежи [11].

При повторении и систематизации материала целесообразно одну и ту же задачу решать несколькими способами, что способствует развитию творчества учащихся, повышению интереса к предмету, умению подходить к решению задачи с разных сторон. Поэтому в комплекте есть задачи, решенные несколькими способами. При разборе различных способов решения одной и той же задачи учащиеся должны оценить все плюсы и минусы способа и выбрать наиболее удачный. Возможность проведения анализа, выбор рационального способа решения воспитывают самостоятельность учащихся, способствуют прочности усвоения геометрического материала [6].

В дидактический комплект могут включаться:

1. Справочные таблицы.
2. Задания с готовыми чертежами.
3. Блок ключевых задач планиметрии и группы задач с их использованием.
4. Материалы для проведения контроля за знаниями учащихся, разноуровневые задания.
5. Наборы задач с решениями несколькими способами [32].

В работе представлен комплект актуализации знаний по теме «Треугольники», который содержит: устные упражнения по готовым чертежам, проверочные работы в виде тестов с чертежами, задач с решениями.

Перед изучением темы «Пирамида» в курсе стереометрии необходимо вспомнить знания, полученные при изучении темы «Треугольники». Более подробно мы остановимся на комплекте разноуровневых задач по теме «Решение треугольников», которым можно пользоваться при актуализации знаний планиметрии при изучении раздела стереометрии.

После изучения темы «Треугольники» учащиеся должны знать: формулы для вычисления площадей треугольников; теорему об отношении площадей треугольников; теорему Пифагора и обратную ей теорему.

Уметь: применять все изученные свойства; доказывать теоремы и применять их при решении задач. Эти знания пригодятся учащимся при изучении темы «Пирамида».

Дидактический комплект содержит задания для актуализации темы «Треугольники», где представлены задачи с интересным содержанием и красивыми решениями; задачи, решенные несколькими способами.

Учителю совсем необязательно решать на уроках с учащимися все задачи. Многие из них можно давать домой, некоторые – вообще не рассматривать, если видно, что ученики усвоили способ решения.

Дидактический комплект рассчитан на использование его материала при итоговом повторении планиметрии в 9, 11 классах, а также в 9 классе перед изучением стереометрии. Работа над составлением дидактического комплекта не закончена. Комплект будет постоянно совершенствоваться, пополняться новыми задачами.

2.2 Дидактический комплект по актуализации темы «Треугольники» при изучении стереометрии

Актуализацию знаний планиметрии при изучении стереометрии можно провести с помощью специально подобранных упражнений по каждой из основных тем геометрии 7-9 классов. Предлагаемая система упражнений направлена на формирование специальных математических навыков решения планиметрических задач, которые в дальнейшем при решении задач стереометрии. При этом из курса 7-9 классов выбраны только те умения и навыки, которые имеют широкое применение при решении задач по стереометрии, а также на ЕГЭ.

Актуализацию курса планиметрии при изучении стереометрии можно построить на основе повторения свойств основных геометрических фигур – треугольников, четырехугольников, окружности и круга. Таким образом, весь учебный материал курса организуется по принципу наиболее полного описания свойств и признаков каждой из геометрических фигур.

На первом этапе повторяем учебный материал, отражающий свойства одной из основных фигур планиметрии – треугольника, который широко применяется при изучении стереометрии, например, темы пирамида. Учащиеся самостоятельно работают с учебной литературой, со справочниками, пособиями по математике.

Рассмотрим примеры справочных таблиц по теме «Треугольник и его элементы»

Принятые обозначения:

a, b, c– стороны;

α, β, γ – противолежащие углы;

p – полупериметр;

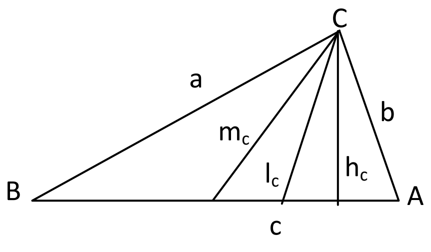
r – радиус вписанной окружности;

R – радиус описанной окружности;

h_a, m_a, l_a – соответственно высота, медиана, биссектриса, проведенная к стороне a;

S – площадь.

Таблица 1 – Произвольный треугольник

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Определение треугольника и его элементов (угол, сторона, высота, медиана, биссектриса треугольника). Виды треугольников</td>
</tr>
</table>

Продолжение таблицы 1

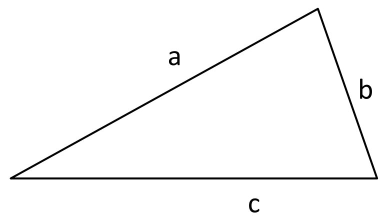
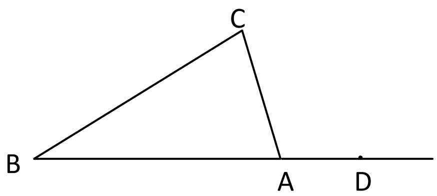
 $a<b+c$ $b<a+c$ $c<a+b$	Неравенство треугольника: *каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.*
$\angle A+\angle B+\angle C=180°$	Сумма углов треугольника равна 180°
 $\angle CAD=\angle ABC+\angle BCA$	Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним

Таблица 2 – Равные треугольники

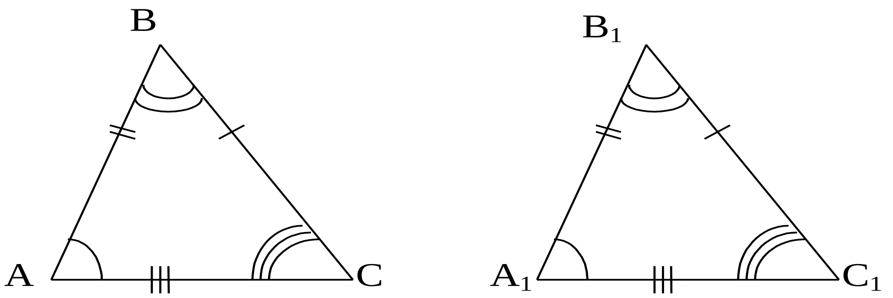
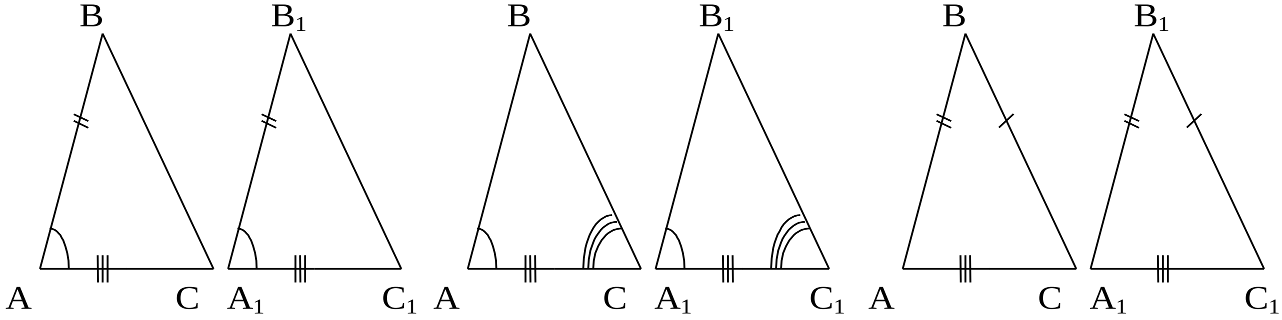
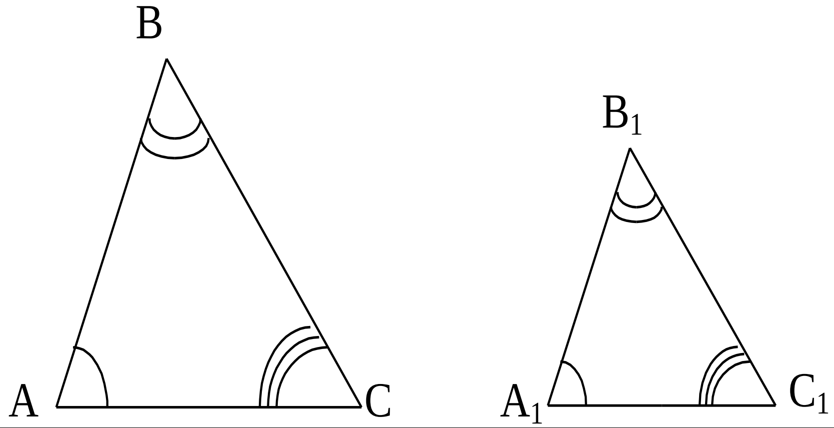
Равные треугольники 
Признаки равенства треугольников I признак II признак III признак 

Таблица 3 – подобные треугольники

Подобные треугольники:

$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

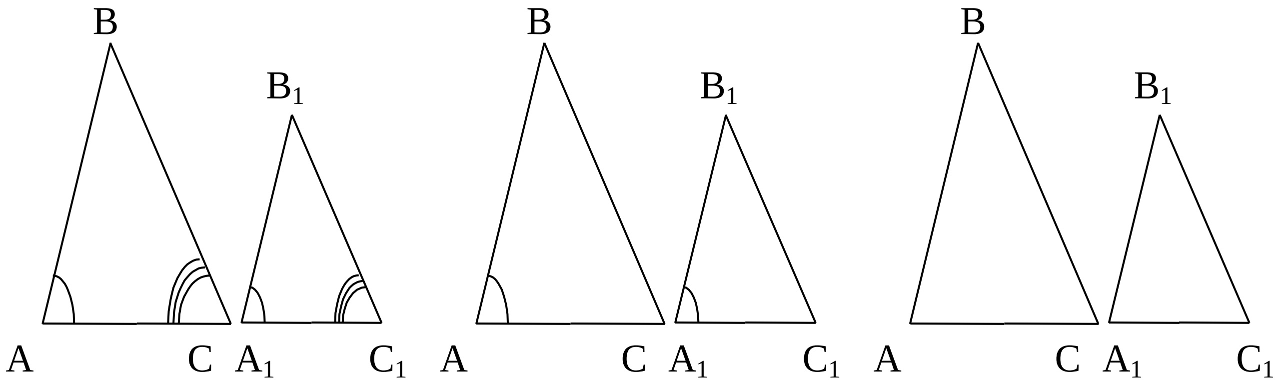


Признаки подобия треугольников:

I признак

II признак

III признак



I признак:

$$\angle A = \angle A_1$$
$$\angle C = \angle C_1$$

II признак:

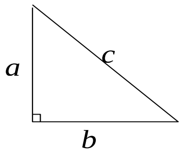
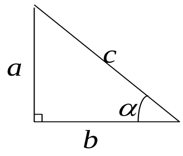
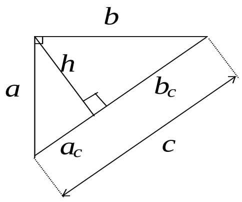
$$\angle A = \angle A_1$$
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

III признак:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Для того чтобы актуализировать знания планиметрии, перед изучением темы пирамида, учащимся необходимо повторить знания полученные при изучении темы теорема Пифагора; определения синуса, косинуса и тангенса острого угла и следствия из них, рассмотрим пример справочной таблицы, тренировочных упражнений и два варианта проверочной работы.

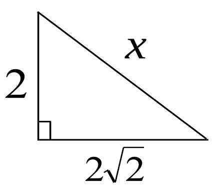
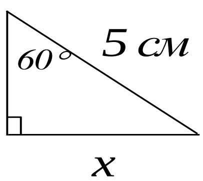
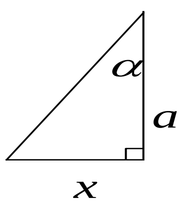
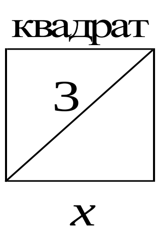
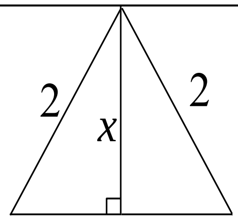
Таблица 4 – Справочная таблица

<table>
<tr>
<td>1. Теорема Пифагора

$c^2 = a^2 + b^2, \quad c = \sqrt{a^2 + b^2};$
$a^2 = c^2 - b^2, \quad a = \sqrt{c^2 - b^2};$
$b^2 = c^2 - a^2, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}.$</td>
<td>2. Определения синуса, косинуса и тангенса острого угла и следствия из них.

$\sin\alpha = \frac{a}{c}; \quad a = c \cdot \sin\alpha; \quad c = \frac{a}{\sin\alpha};$
$\cos\alpha = \frac{b}{c}; \quad b = c \cdot \cos\alpha; \quad c = \frac{b}{\cos\alpha};$
$tg\alpha = \frac{a}{b}; \quad a = b \cdot tg\alpha; \quad b = \frac{a}{tg\alpha}.$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">3. Теорема о среднем пропорциональном

$h^2 = a_c \cdot b_c, \quad h = \sqrt{a_c \cdot b_c};$
$a^2 = c \cdot a_c, \quad a = \sqrt{c \cdot a_c};$
$b^2 = c \cdot b_c, \quad b = \sqrt{c \cdot b_c}.$</td>
</tr>
</table>

Затем на нескольких уроках идет тренировочная работа. Каждый набор упражнений в данном случае состоит из 5 одношаговых задач. Важно, чтобы перед учащимися была четко сформулирована цель: научиться пользоваться соотношениями, существующими в прямоугольном треугольнике, и рационально организована работа по ее достижению.

Сформированность соответствующих навыков проверяется при проведении проверочной работы №1 (из таблицы 6). Особого внимания требуют к себе пятые задачи из нее, так как задача на вычисление высоты прямоугольного треугольника, проведенной к гипотенузе, встречается достаточно часто (особенно в 11 классе).

Таблица 5 – Тренировочные упражнения

<table>
<tr><td colspan="6">Найти x.</td></tr>
<tr>
<td>1</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Продолжение таблицы 5

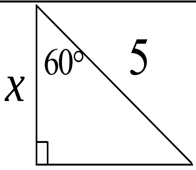
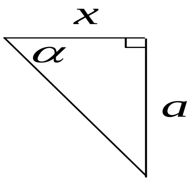
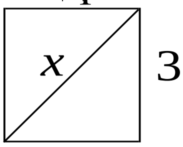
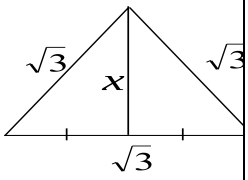
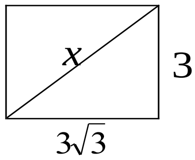
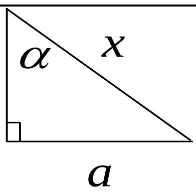
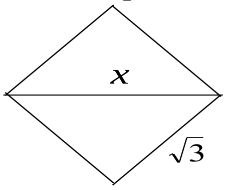
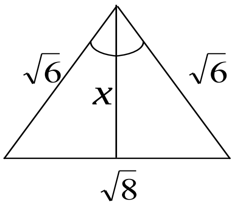
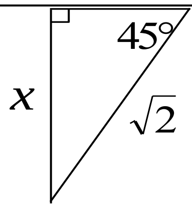
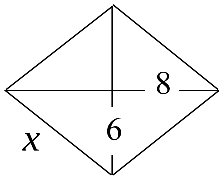
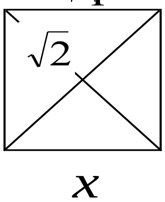
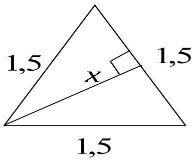
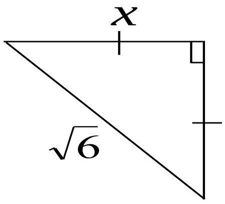
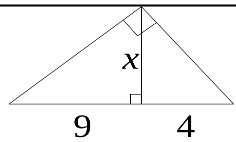
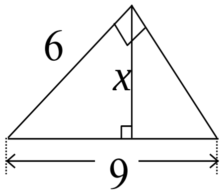
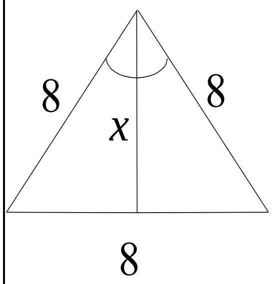
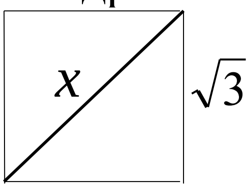
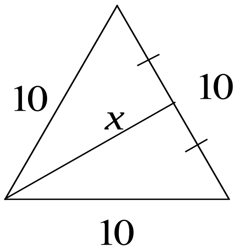
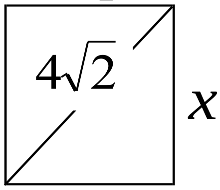
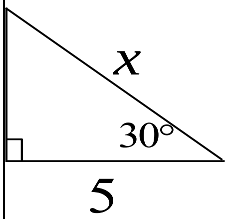
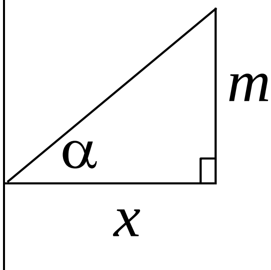
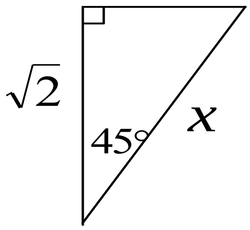
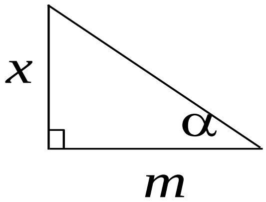
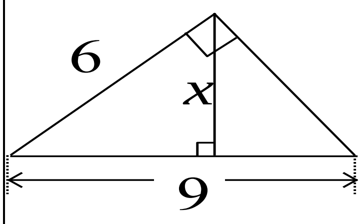
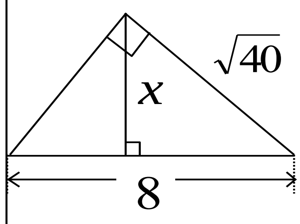
<table>
<tr><td colspan="6">Найти x.</td></tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>квадрат

</td>
<td>
</td>
<td>прямоугольник

</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>
</td>
<td>квадрат

</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>ромб

</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>квадрат

</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Таблица 6 – Проверочная работа №1

<table>
<tr><td colspan="2">Вариант 1</td><td colspan="2">Вариант 2</td></tr>
<tr><td colspan="4">Найти x</td></tr>
<tr>
<td>1)

</td>
<td>2)
квадрат

</td>
<td>1)

</td>
<td>2)
квадрат

</td>
</tr>
<tr>
<td>3)

</td>
<td>4)

</td>
<td>3)

</td>
<td>4)

</td>
</tr>
</table>

Продолжение таблицы 6

Вариант 1	Вариант 2
Найти x	
5) 	5) 

После проведения проверочной работы №1 (на следующих уроках) целесообразно рассмотреть более подробно задачу, аналогичную задаче №5. Решая эту задачу нужно рассмотреть пять способов решения, чтобы учащиеся выбрали из них наиболее понравившиеся и запомнили его.

С этой целью можно решить следующую задачу.

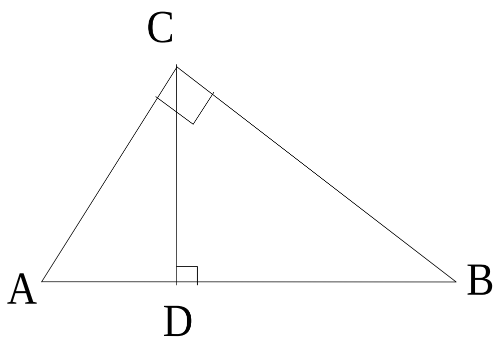


Рис. 1

Дано: $\angle C=90°$,

ΔABC,

$CD \perp AB$,

$AC=6$, $AB=9$.

Найти: CD.

Решение:

I способ: введение вспомогательного линейного неизвестного. Пусть $AD=y$, тогда $CD^2=AC^2-y^2$ и $CD^2=BC^2-(AB-y)^2$. Отсюда находим y, а затем и CD.

II способ: применение теоремы о среднем пропорциональном. Используя равенство $AC^2=AB \cdot AD$, находим AD, а затем CD.

III способ: использование подобия треугольников. $\Delta ACD \backsim \Delta ABC$, значит $\frac{AC}{AB}=\frac{CD}{BC}$, отсюда находим CD.

IV способ: введение вспомогательного угла.

Из треугольников CAD и CAB имеем соответственно $\sin\angle A = \dfrac{CD}{AC}$ и $\sin\angle A = \dfrac{BC}{BA}$. Отсюда $\dfrac{CD}{AC} = \dfrac{BC}{BA}$ и $CD = \dfrac{AC \cdot BC}{BA}$.

V способ: использование формулы площади треугольника. Так как $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AC \cdot BC$ и $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AB \cdot CD$, то $\dfrac{1}{2} AC \cdot BC = \dfrac{1}{2} AB \cdot CD$ и $CD = \dfrac{AC \cdot BC}{AB}$.

При актуализации знаний данной темы следует обратить особое внимание на решение задач, где требуется найти острый угол в прямоугольном треугольнике. Навык решения таких задач потребуется при решении задач по стереометрии (10, 11 кл.), в которых нужно вычислить угол между прямой и плоскостью, двугранный угол или угол между плоскостями. Формированию такого навыка служат тренировочные упражнения таблицы и соответствующая проверочная работа №2. Здесь необходимо объяснить учащимся, что не редко под задачей «Найти угол» понимают задачу «Найти какую-нибудь тригонометрическую функцию этого угла». Например, при отсутствии микрокалькулятора правомерен ответ $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$, где α – острый (тупой) угол.

Таблица 7 – Тренировочные упражнения

Найти угол α.

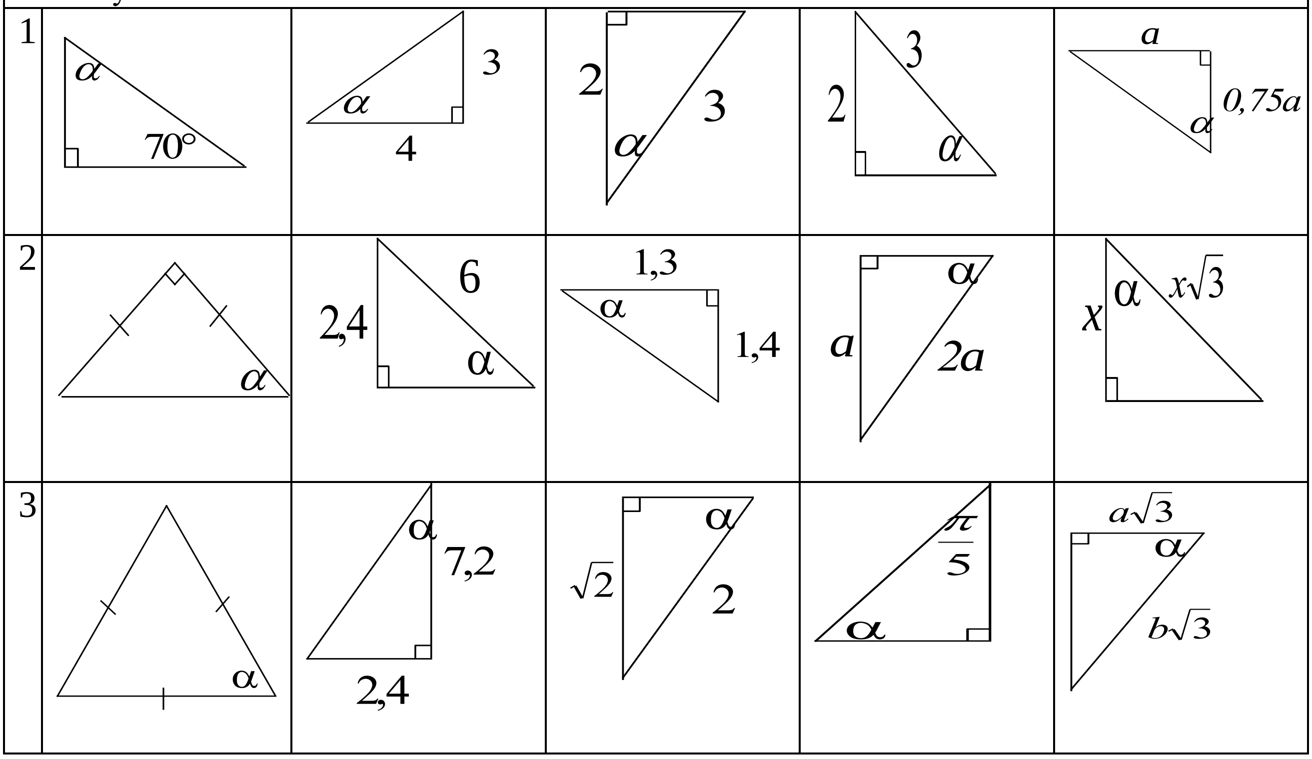
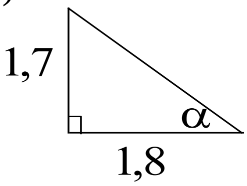
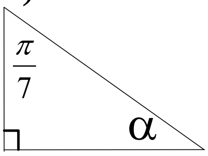
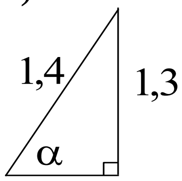
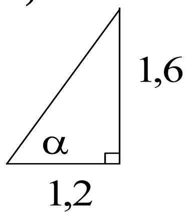
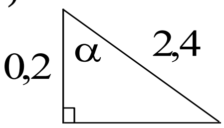
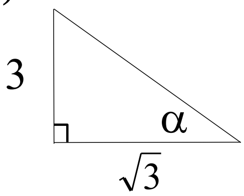
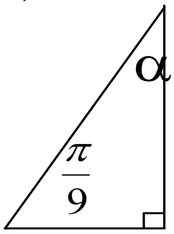
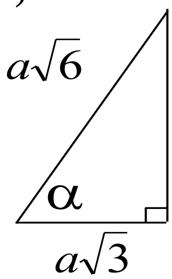
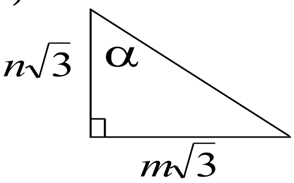
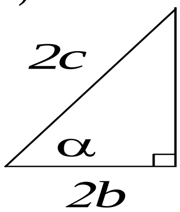


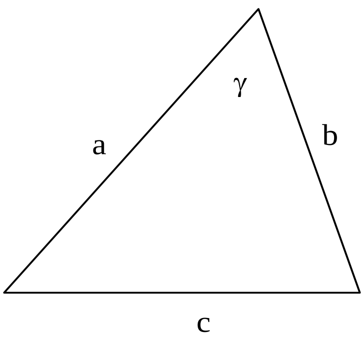
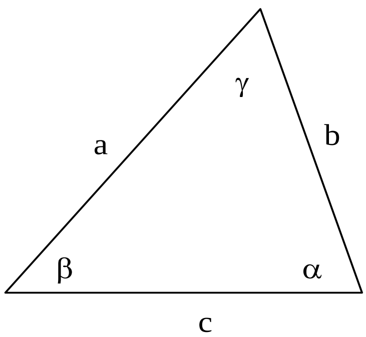
Таблица 8 – Проверочная работа №2

Вариант 1		Вариант 2	
Найти угол α			
1) 	2) 	1) 	2) 
3) 	4) 	3) 	4) 
5) 		5) 	

Теоремы синусов и косинусов (Решение треугольников)

Повторение следует начать с рассмотрения справочной таблицы по данной теме.

Таблица 9 – Справочная таблица

Теорема косинусов	Теорема синусов
	
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$	$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Задачный материал лучше подобрать таким образом, чтобы в результате решения задач можно было получить красивый ответ (т.е. такой, который выражается целым числом, либо целым числом, умноженным на «привычные корни»: $\sqrt{2}$ или $\sqrt{3}$). Значения некоторых наиболее употребительных углов учащиеся должны знать и уметь находить их без калькулятора (т.к. и в 9-м, и в 11-м классах пользоваться микрокалькуляторами на экзаменах нельзя). Навык решения задач на применение теоремы синусов и теоремы косинусов потребуется для вычисления некоторых элементов четырехугольников и многогранников.

Таблица 10 – Тренировочные упражнения

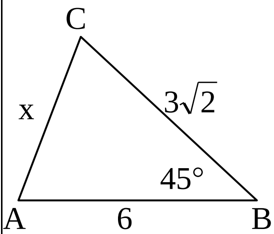
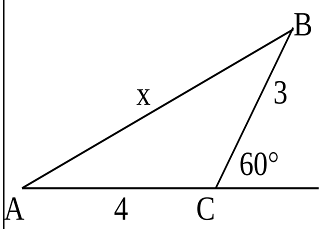
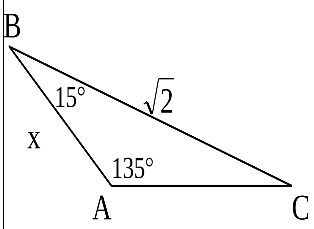
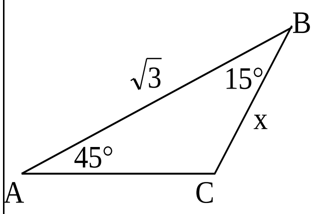
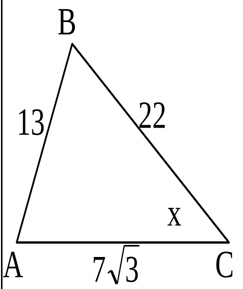
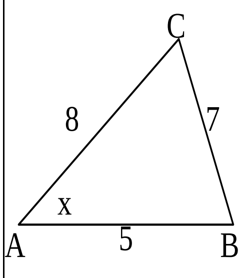
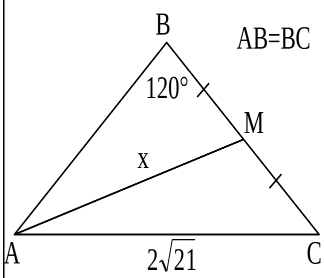
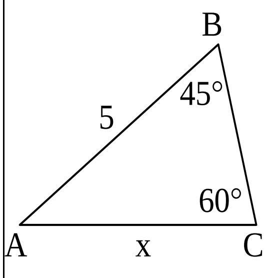
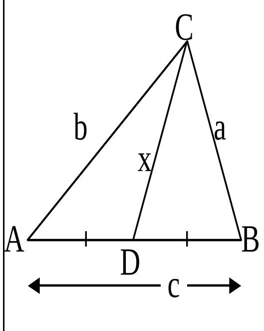
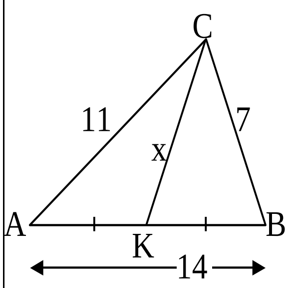
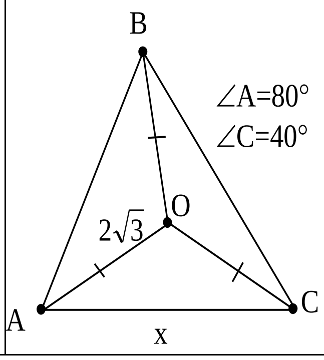
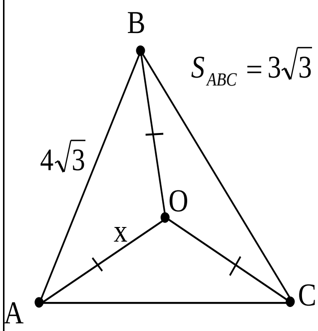
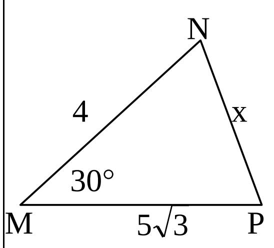
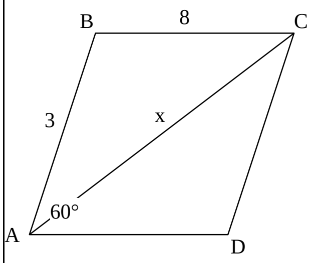
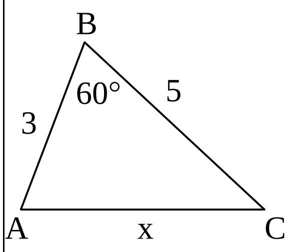
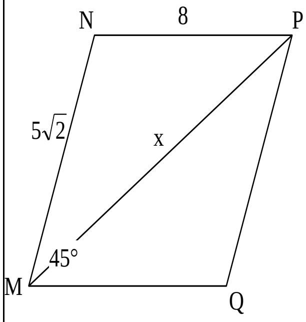
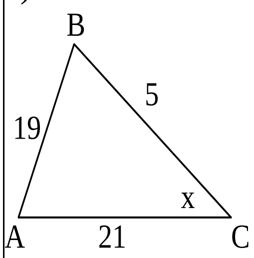
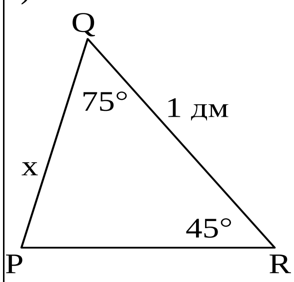
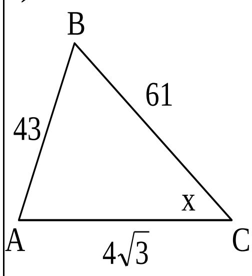
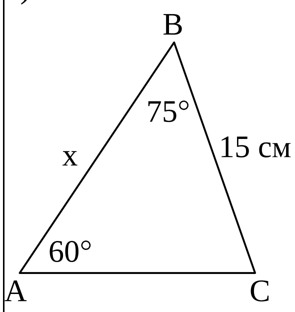
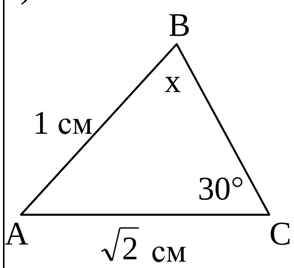
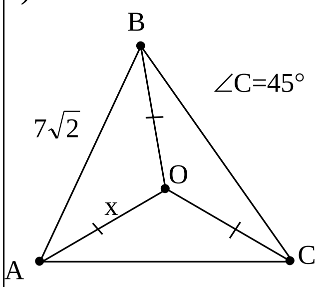
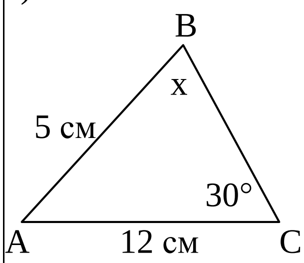
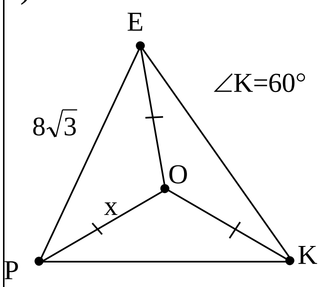
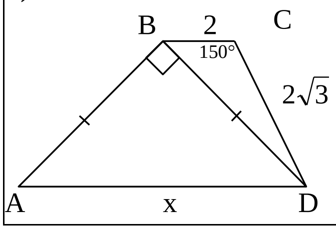
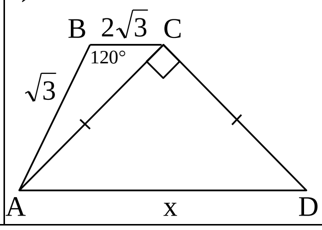
<table>
<tr><td colspan="2">Теорема косинусов</td><td colspan="2">Теорема синусов</td></tr>
<tr>
<td>1.

</td>
<td>2.

</td>
<td>1.

</td>
<td>2.

</td>
</tr>
<tr>
<td>3.

</td>
<td>4.

</td>
<td>3.

</td>
<td>4.

</td>
</tr>
<tr>
<td>5.

</td>
<td>6.

</td>
<td>5.

</td>
<td>6.

</td>
</tr>
</table>

Таблица 11 – Проверочная работа

<table>
<tr><td colspan="2">Вариант 1</td><td colspan="2">Вариант 2</td></tr>
<tr><td colspan="4">Найти x</td></tr>
<tr>
<td>1)

</td>
<td>2)

</td>
<td>1)

</td>
<td>2)

</td>
</tr>
<tr>
<td>3)

</td>
<td>4)

</td>
<td>3)

</td>
<td>4)

</td>
</tr>
<tr>
<td>5)

</td>
<td>6)

</td>
<td>5)

</td>
<td>6)

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">7)

</td>
<td colspan="2">7)

</td>
</tr>
</table>

Для итогового повторения можно предложить учащимся задачи, в которых фигурируют различные треугольники, а также четырехугольники, решение которых сводится к применению теоремы Пифагора, теоремы косинусов и теоремы синусов:

1. В ΔABC $\angle C = 90°, \angle A = 30°, AC = 2\sqrt{3}$. Найти AB.

2. В ΔABC $\angle C = 90°, \angle A = 30°, AB = 2\sqrt{3}$. Найти AC.
3. В ΔABC $\angle C = 90°, \angle A = 30°, AC = 2\sqrt{3}$. Найти BC.
4. В ΔABC $\angle C = 90°, CH - высота, AB = 25, \sin A = 0,6$. Найти BH.
5. В ΔABC $\angle C = 90°, CH - высота, AB = 4, \angle A = 60°$. Найти AH.
6. Выясните, является ли треугольник тупоугольным, если его стороны равны 6,7 и 10.
7. Определите вид треугольника, если его стороны равны 5 см, 7 см и 6 см.
8. В ΔABC $AC = 21, \angle ABC = 60°$. Найдите длины сторон BC и AB, если они пропорциональны числам 3 и 8.
9. Найдите диагональ параллелограмма, если вторая диагональ равна 8 см, а стороны равны 4 и 6 см.

Задачи на применение свойства медиан треугольника:

Навык решения задач на применение свойства медиан треугольника необходим для решения задач по стереометрии, в которых требуется вычислить некоторые линейные элементы треугольных призм, треугольных пирамид.

1. В равнобедренном ΔABC медианы пересекаются в точке O. Найдите расстояние от точки O до вершины B данного треугольника, если $AB = AC = 13см, BC = 10см$.

2. Вычислите медианы треугольника со сторонами 25 см, 25 см, 14 см.

3. В треугольнике со сторонами 15 см, 15 см и 24 см найдите расстояние от точки пересечения медиан до сторон треугольника.

Расстояния от точки пересечения медиан равнобедренного треугольника до сторон равны 8 см, 8 см и 5 см. Найдите стороны треугольника.

Площадь треугольника

Прочные знания формул площадей треугольников (произвольных, прямоугольных) нужны для решения задач планиметрии – для вычисления некоторых линейных элементов треугольника, таких как высота, радиусы вписанной и описанной окружностей. В стереометрии знание формул площади треугольника применяется при вычислении площадей поверхности и объемов многогранников и тел вращения.

Формулы можно повторить устно с помощью справочной таблицы. Далее учитель проводит уроки по формированию навыка решения задач на нахождение площади треугольника с использованием тренировочных упражнений. Позднее можно провести проверочную работу.

Таблица 12 – Справочная таблица

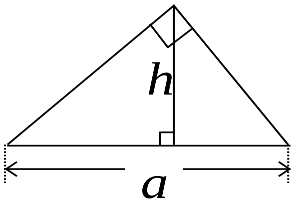
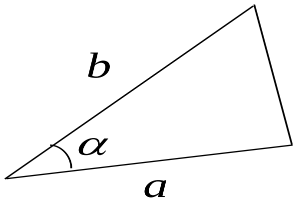
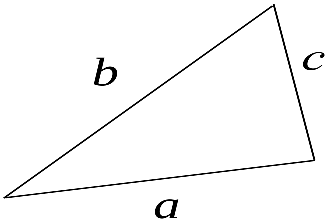
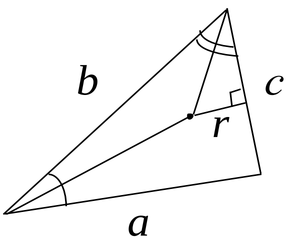
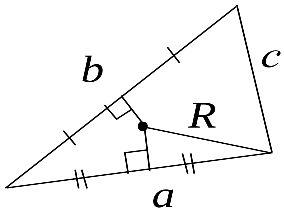
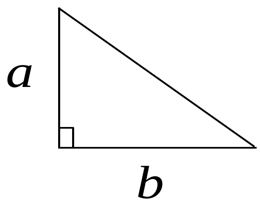
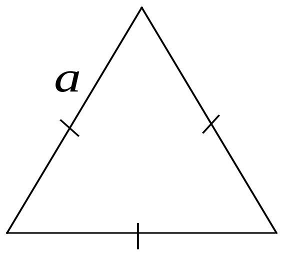
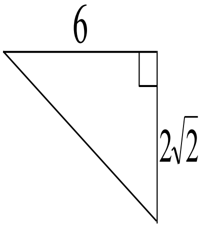
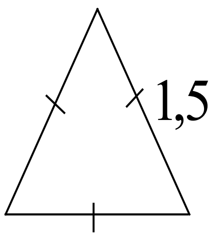
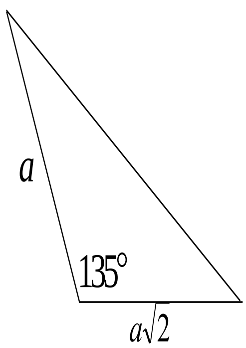
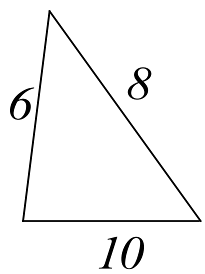
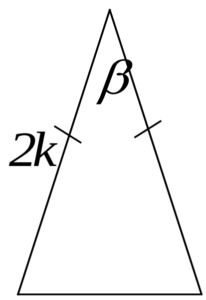
<table>
<tr>
<td>$S=\frac{a\cdot h}{2}$</td>
<td>$S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin\alpha$</td>
<td colspan="2">$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$,
где $p=\frac{a+b+c}{2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$S=p\cdot r$</td>
<td>$S=\frac{abc}{4R}$</td>
<td>$S=\frac{1}{2}ab$</td>
<td>$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$</td>
</tr>
</table>

Таблица 13 – Тренировочные упражнения

<table>
<tr><td colspan="5">Вычислить площадь фигуры</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Продолжение таблицы 13

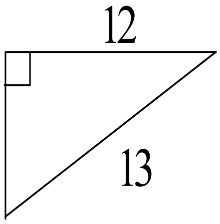
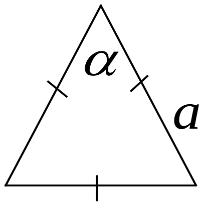
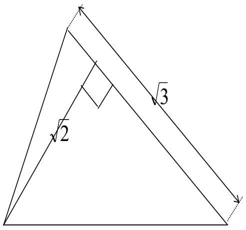
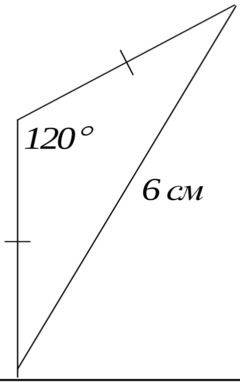
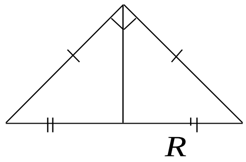
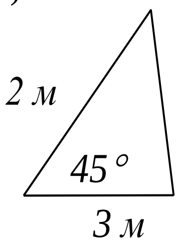
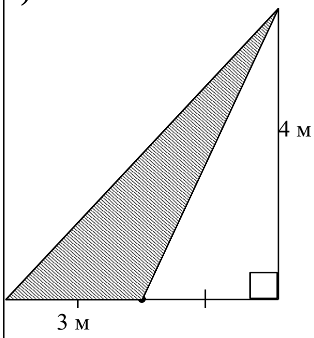
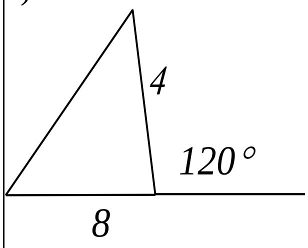
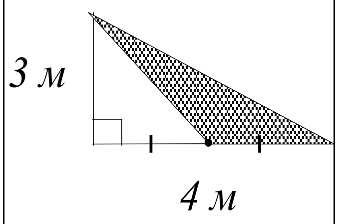
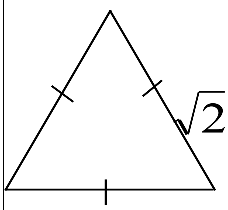
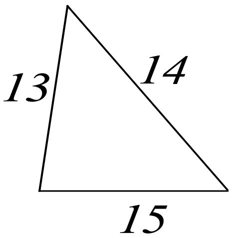
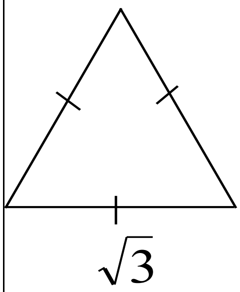
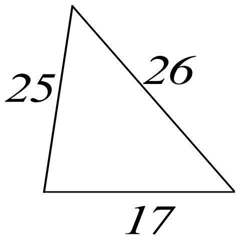
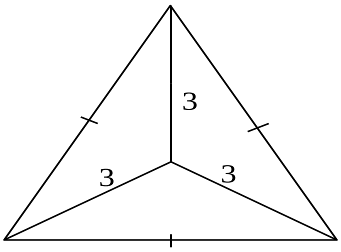
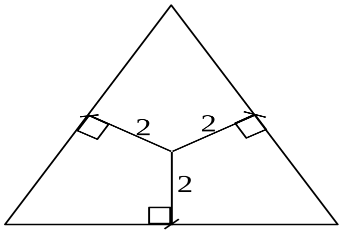
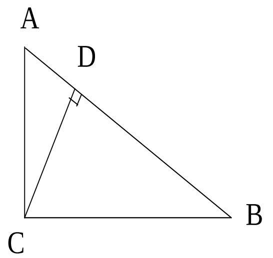
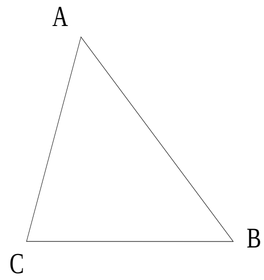
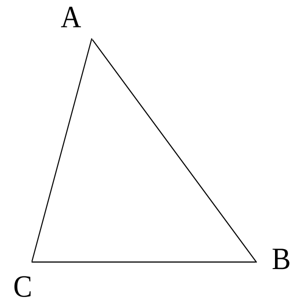
<table>
<tr><td colspan="5">Вычислить площадь фигуры</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Таблица 14 – Проверочная работа

<table>
<tr><td colspan="4">Вычислить площадь треугольника</td></tr>
<tr><td colspan="2">Вариант 1</td><td colspan="2">Вариант 2</td></tr>
<tr>
<td>1)
</td>
<td>2)
</td>
<td>1)
</td>
<td>2)
</td>
</tr>
<tr>
<td>3)
</td>
<td>4)
</td>
<td>3)
</td>
<td>4)
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">5)
</td>
<td colspan="2">5)
</td>
</tr>
</table>

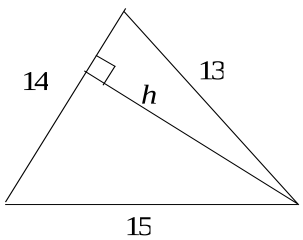
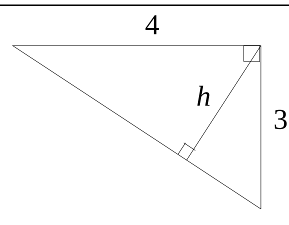
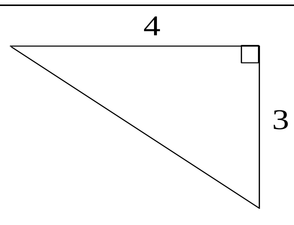
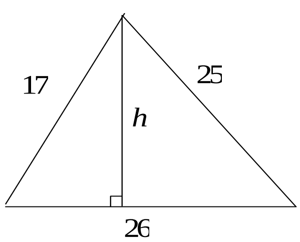
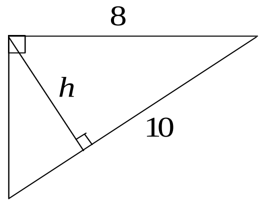
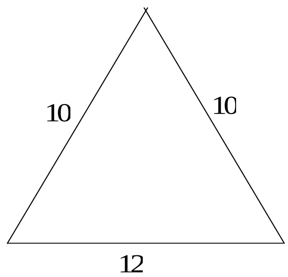
Вычисление некоторых линейных элементов (h, r, R) треугольника с использованием формулы площади

Таблица 15 – Справочная таблица (типы задач)

Найти h	Найти r	Найти R
 Дано: ΔABC, $\angle C=90°$, AC=6, BC=8, $CD \perp AB$. Найти: CD. Решение: $2S_{ABC}=AC \cdot BC$, и $2S_{ABC}=AB \cdot CD$. $CD=\dfrac{AC \cdot BC}{AB}$. $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$ $CD=\dfrac{6 \cdot 8}{10}=4{,}8$. Ответ: CD=4,8 <u>Вывод:</u> $h=\dfrac{a \cdot b}{c}$.	 Дано: ΔABC, AB=13, BC=14, AC=15. Найти: r. Решение: $S=\sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)}$ $S=\sqrt{21\cdot 8\cdot 7\cdot 6}=84$ $S=p\cdot r$ $\Rightarrow$ $r=\dfrac{S}{p}$, r=4. Ответ: r=4.	 Дано: ΔABC, AB=13, BC=14, AC=15. Найти: R. Решение: $S=\dfrac{abc}{4R}$, $S=\sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)}$ $S=\sqrt{21\cdot 8\cdot 7\cdot 6}=84$, тогда $R=\dfrac{abc}{4S}$, $R=8\dfrac{1}{8}$. Ответ: $R=8\dfrac{1}{8}$.

Задачи таблицы 14 предложены в виде образца. Навыки решения таких задач закрепляются при выполнении тренировочных упражнений.

Таблица 16 – Тренировочные упражнения

	Найти h		Найти r и R
1			
2			

На уроках итогового повторения целесообразно предложить учащимся задачи, в решении которых применяется теорема, обратная теореме Пифагора, формула Герона, так как способы решения таких задач будут использованы при решении стереометрических задач на вычисление площадей поверхностей и объемов многогранников:

1. В ΔABC $AB = \sqrt{2}, BC = 2$. На стороне AC отмечена точка M так, что $AM = 1, BM = 1$. Найдите AC.
2. Найдите меньшую высоту треугольника со сторонами, равными 24 см, 25 см и 7 см.
3. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, в котором $AB = 5см, BC = 13см, CD = 9см, DA = 15см, AC = 12см$.
4. Расстояние от точки M, лежащей внутри ΔABC, до прямой AB равно 6 см, а до прямой AC равно 2 см. Найдите расстояние от точки M до прямой BC, если $AB = 13см, BC = 14см, AC = 15см$.
5. Дан ΔABC. На стороне AC отмечена точка C так, что $AK = 6см, KC = 9см$. Найдите площадь ΔABK и ΔCBK, если $AB = 13см, BC = 14см$.
6. В прямоугольном ΔABC гипотенуза AB равна c и $\angle ABC = \alpha$. Найдите все медианы в этом треугольнике.
7. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе , разбивает его на два треугольника с периметрами 8 и 9. Найдите стороны треугольника.
8. Две стороны треугольника равны 3 и 6, а угол между ними равен $60°$. Найдите биссектрису треугольника, проведенную из вершины этого угла.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе обучения геометрии важное место отводится организации актуализации изученного материала. Такая актуализация способствует не только предупреждению забывания учащимися базового материала, но и совершенствованию знаний учеников в плане повышения уровня их полноты, обобщенности и системности, а также прочности, мобильности и действенности.

В данной выпускной квалификационной работе рассматривается актуализация материала планиметрии при изучении стереометрии в старших классах, которая состоит из:

1. изучения элементов стереометрии в курсе математики основной школы на научно-оперативном уровне;
2. знакомство учеников с основными стереометрическими фигурами и некоторыми их свойствами в основной школе соответствует возрастным особенностям развития ребенка и доступно для восприятия практически всем ученикам.

Актуализация изученного материала способствует формированию и развитию образного, логичного, творческого мышления, пространственных представлений, повышению качества знаний учеников, придает результатам обучения практическую направленность, создает благоприятные условия для изучения стереометрии в старших классах.

В результате анализа учебно-методической литературы мы раскрыли взаимосвязь планиметрии и стереометрии, после чего пришли к выводу что учителю необходимо акцентировать внимание учащихся на аналогии изучения планиметрии и стереометрии. При подготовке и проведении уроков стереометрии делается упор на знания, умения учащихся, полученных из курса планиметрии.

Разработан дидактический комплект по актуализации материала темы «Треугольники» при изучении стереометрии в который входят:

1. Справочные таблицы.

2. Задания с готовыми чертежами.

3. Блок ключевых задач планиметрии и группы задач с их использованием.

4. Материалы для проведения контроля за знаниями учащихся, разноуровневые задания.

5. Наборы задач с решениями несколькими способами.

Дидактический комплект рассчитан на использование его материала при итоговом повторении планиметрии в 9, 11 классах, а также в 9 классе перед изучением стереометрии. Работа над составлением дидактического комплекта не закончена. Комплект будет постоянно совершенствоваться, пополняться новыми задачами.

Таким образом, цель была достигнута. Поставленные задачи решены. Практическая значимость выпускной работы определяется возможностью применения материалов выпускной квалификационной работы в учебном процессе основной школы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Азевич, А.И. Несколько компьютерных программ / А.И. Азевич // Математика в школе. – 2002. – №10. – С. 41.
2. Александров, А.Д. О геометрии. / А.Д. Александров // Математика в школе. – 1980. – № 3. – С.56.
3. Атанасян, Л.С. Учебник по геометрии для 10-11 классов средней школы / Л.С. Атанасян. – Москва : Просвещение, 1992. – 108 с.
4. Бескин, Л.Н. Стереометрия. Пособие для учителей средней школы / Л.Н. Бескин. – Москва : Просвящение, 2005. – 135 с.
5. Блинков, А.Д. Сценарии уроков геометрии [9 класс] / А.Д. Блинков // Современный урок. – 2009. – №1. – С. 15-28.
6. Болтянский, В.Г. Математическая культура и эстетика / В.Г. Болтянский // Математика в школе. – 1982. – № 2. – С. 40.
7. Ванюхина, Н.В. Возрастная психология: учеб. пособие: в 2-х кн. Кн. 2 / Н.В. Ванюхина. – Казань : Познание, 2008. – 292 с.
8. Вольфсон, Б.И., Геометрия. Подготовка к ЕГЭ и ГИА-9. Учимся решать задачи: учебное пособие / Б.И. Вольфсон, Л.И. Резницкий. – Ростов н/Д : Легион – М, 2011. – 224 с.
9. Гаврилова, Н.Ф. Поурочные разработки по геометрии: 8 класс. – 2-е изд., перераб. и доп. / Н.Ф. Гаврилова. – Москва : ВАКО, 2008. – 368 с.
10. Геометрия: учебное пособие для 10 класса / под ред. З.А. Скопеца. – Москва : Просвещение, 1997. – 113 с.
11. Гордин, Р.К. ЕГЭ 2012. Математика. Задача С4. Геометрия. Планиметрия. / Р.К. Гордин; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : МЦНМО, 2011. – 176 с.
12. Гусев, В.А. Каким должен быть курс школьной геометрии? / В.А. Гусев // Математика. Приложение к газете «Первое сентября». – 2002. – №3. – С. 4-8.

13. Далингер, В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: кн. для учителя / В.А. Далингер. – Москва : Просвещение, 2006. – 256 с.

14. ЕГЭ 2011. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гущин, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский и др.; под ред. А.Л. Семенова, И.В.Ященко. – Москва : Издательство «Экзамен», 2011. – 63 с.

15. Единый государственный экзамен 2010. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ. – Москва : Интеллект-Центр, 2010. – 96 с.

16. Епишева, О.Б. Специальная методика обучения геометрии в средней школе: Курс лекций: Учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. вузов. / О.Б. Епишева. – Тобольск: ТГПИ им. Д.И. Менделеева, 2002. – 138 с.

17. Ефимов, Н.В. Чертежи пространственных фигур в курсе геометрии / Н.В. Ефимов // УМН. – 2001. – №6(28). – С. 219-220.

18. Зубрилин, А. А. Некоторые пути формирования пространственных представлений и пространственного воображения на уроках математики и информатики в средней школе / А. А. Зубрилин, О. И. Пауткина // Педагогическая информатика. – 2002. – № 3. – С. 34-45.

19. Каплунович, И.Я. Развитие пространственного мышления школьников в процессе обучения математике / И.Я. Каплунович. – Новгород. – 1996. – С. 243.

20. Киселев, А.П. Геометрия. Учебник под ред. и с дополнениями профессора Н.А. Глаголева. / А.П. Киселев – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 328 с.

21. Клопский, В.М. Геометрия В 10 классе. Пособие для учителей. / В.М. Клопский. – Москва : Просвещение, 1994. – С. 16.

22. Коджаспирова, Г.М. Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб. Заведений / Г.М. Коджаспирова, А.Ю. Коджаспиров. – 2-е изд., стер. – Москва : Издательский центр «Академия», 2005. – 176 с.

23. Корикова, Т.М. Справочные материалы по общей методике преподавания математики [Текст]: учебное пособие. / Т.М. Корикова, А.В. Ястребов. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2009. – 60 с.

24. Кочагин, В.В. ЕГЭ 2010. Математика: Сборник заданий / В.В.Кочагин, М.Н.Кочагина. – Москва : Эксмо, 2009. – 208 с.

25. Левитас, Г.Г. Кому мешает учебник Погорелова? / Г.Г. Левитас // Математика. Приложение к газете «Первое сентября». – 2001. – №8. – С.60-62.

26. Маркова, В. Формирование мышления учащихся. / В. Маркова // Математика. Приложение к газете «Первое сентября». – 2004. – №34. – С. 2-4.

27. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов; под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – Москва : Дрофа, 2005. – 416 с.

28. Методика преподавания математики в средней школе: частная методика. Учеб. пособие для студентов пед. институтов по физ.-мат. спец. / А.Я. Блох [и др].– Москва : Просвещение, 1987. – 387 с.

29. Мищенко, Т.М. Заключительное повторение курса планиметрии / Т.М. Мищенко // Математика в школе. – 2004. – №3. – С. 19-33.

30. Мищенко, Т.М. Курс по выбору для IX класса «Избранные вопросы математики» / Т.М. Мищенко, Л.О. Рослова // Математика в школе. – 2004. – №4. – С. 20-25.

31. Осинская, В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике: Кн. для учителя. / В.Н. Осинская. – Киев : Рад. Шк., 1989. – 192 с.

32. Педагогический энциклопедический словарь / Гл. ред. Б.М. Бим-Бад; Ред. кол.: М.М. Безруких, В.А. Болотов, Л.С. Глебова и др. – Москва : Большая Российская энциклопедия, 2002. – 528 с.

33. Петросян, В.Г. Решение задач на построение в Paintbrush / В.Г. Петросян, Р.М. Газарян // Информатика и образование. – 2005. – №1. – С. 34-45.

34. Пиаже, Ж. Как дети образуют математические понятия / Ж. Пиаже // Вопросы психологии. – 1964. – № 6. – С. 121-126.

35. Погорелов, А.В. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений /А.В. Погорелов. – 3-е изд. – Москва : Просвещение, 2002. – С. 128.

36. Прасолов, В.В. Задачи по планиметрии. Ч. 1. – 2-е изд., перераб. и доп. / В.В. Прасолов. – Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 320 с.

37. Рабинович, Е.М. Задачи и упражнения на готовых чертежах. 7 – 9 классы. Геометрия. / Е.М. Рабинович. – Москва : Илекса, Харьков: Гимназия, 2003. – 56 с.

38. Рапацевич, Е.С. Педагогика: Большая современная энциклопедия / Е.С. Рапанцевич. – Минск : «Современ. слово», 2005. – 720 с.

39. Семенов, А.В. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Единый государственный экзамен 2012. Математика. Учебное пособие. / А.В. Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Ященко, П.И. Захаров; под ред. И.В.Ященко. – Моска : Интеллект-Центр, 2012. – 112 с.

40. Смирнов, В.А. Геометрия. Планиметрия: Пособие для подготовки к ЕГЭ / А.П. Семенов, И.В. Ященко. – Москва : МЦНМО, 2009. – 256 с.

41. Феоктистова, И.Е**.** Геометрия 7-11 класс. / И.Е. Феоктистова // Математика в школе. – 2001. – №5. – С. 25-31.

42. Ходот, Т.Г. Наглядная геометрия. Книга для учителя. / Т.Г. Ходот. – Москва : Просвещение, 2008. – С. 128.

43. Четверухин, Н.Ф. Геометрические характеристики причины трудности узнавания фигур на чертеже / Н.Ф. Четвертухин // Математика в школе. – 1965. – № 4. – С. 13-16.

44. Шарыгин, И.Ф. Геометрия. 7- 9 кл. / И.Ф. Шарыгин – Москва : Дрофа, 1997. – 352 с.

45. Шарыгин, И.Ф. Решение задач: Учеб. пособие для 10 кл. общеобразоват. учреждений. / И.Ф. Шарыгин – Москва : Просвещение, 1994. – 252 с.

46. Школьная геометрия – реальность и перспектива // Математика в школе. – 1999. – №7. – С. 2-3.

47. Якиманская, И.С. Развитие пространственного мышления школьников. / И.С. Якиманская. – Москва : Просвещение, 1980. – С. 325.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Первые уроки стереометрии

Первый урок «Введение в стереометрию» можно провести в форме нестандартного урока, лекции, беседы. На данном уроке учитель может рассказать учащимся о том, что изучает стереометрия, как она возникла, каковы её цели, а также познакомить их с основными понятиями стереометрии. Учитель может привести историческую справку, которая будет раскрывать этапы становления стереометрии как раздела геометрии, показать портреты ученых, математиков, сыгравших большую роль в развитии стереометрии. В этом учителю могут помочь современные средства обучения (компьютер, мультимедиа проектор, интерактивная доска), а также учебно-методическая литература.

На первом уроке необходимо в обзорном аспекте познакомить учащихся с основными пространственными фигурами – многогранниками (параллелепипед, призма, пирамида) и телами вращения (конус, цилиндр, шар), которые им предстоит изучить в дальнейшем (возможную их демонстрацию можно осуществить с помощью заранее разработанных презентаций).

Это позволит, с одной стороны, проиллюстрировать на многогранниках свойства параллельности и перпендикулярности, а с другой – постепенно формировать у учащихся умения по нахождению геометрических величин, расстояний и углов. Учащимся можно предложить выполнить домашнее задание – изготовить модели многогранников из разверток и геометрического конструктора.

Все это будет способствовать развитию у школьников пространственных представлений, формированию понятия математической модели, раскрытию прикладных возможностей геометрии и т.д. Изготовленные модели будут являться средствами конкретной наглядности, которая ведет к абстрактной наглядности – чертежу. Модели используются учителем для иллюстрации новых понятий, доказательств теорем, решения задач. Учитель отмечает практическую значимость изучения курса стереометрии, использования многогранников и тел вращения в различных областях знаний.

Первые уроки стереометрии, посвященные изучению основных фактов о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве, имеют важнейшее педагогическое значение. От того на сколько глубоко и не формально будет усвоен материал первой темы, зависит успешное изучение всего курса стереометрии. Как известно, именно в изучении начал стереометрии наблюдается существенные трудности. Они вызваны рядом причин. Назовем основные из них.

Необходимым условием успешного изучения стереометрии является достаточно высокий уровень развития пространственного воображения учащихся. Однако не полная средняя школа, как правило, недостаточно готовит учащихся к восприятию курса стереометрии, для успешного изучения которого необходим определенный запас трехмерных представлений, умений «отрываться» от плоских преставлений и постоянно «выходить» в трехмерное пространство. В процессе длительного изучения планиметрии в условиях, когда отсутствует даже эпизодические обращения к трехмерным образам, у учащихся вырабатываются устойчивые двумерные стереотипы пространственного мышления, которые мешают им мыслить трехмерными образами.

На первых уроках стереометрии вводятся неопределенные понятия, аксиомы, первоначальные следствия из них, новые понятия и теоремы. Успешное усвоение этого материала возможно при высоком уровне логического мышления учащихся. К этому моменту они должны иметь отчетливое представление об аксиоматическом методе построения геометрии. Известно, что и это условие выполняется в недостаточной степени.

Первая тема стереометрии насыщена большим числом фактов, не громоздких, но логически сложных доказательств, требующих запоминания. Из-за этого учащимся трудно представить себе основное содержание темы, выделить, что же в ней самое важное. Если вдумываться в существо этой темы, то станет ясно, что главное в ней – это аксиомы стереометрии, три непосредственных следствия из них, определяющих способы задания плоскости, три определения (скрещивающихся прямых, параллельной прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей) и три соответствующих признака. В процессе изучения этого материала, учащиеся должны овладеть важным способом доказательства – способом «от противного». Таким образом, начала стереометрии легко обозримы и могут быть построены по такой схеме: аксиомы стереометрии и следствия из них, взаимное расположение прямых в пространстве, взаимное расположение прямой и плоскости, взаимное расположение двух плоскостей.

Следовательно, исходя из вышесказанного первый урок стереометрии, уместно начать с демонстрации макетов плоских и не плоских фигур. В результате этого учащиеся должны осознать то основное различие между содержанием курсов планиметрии и стереометрии.

Сообщение учителем схемы логического строения стереометрии по сути дела является повторением схемы строения курса планиметрии, изучавшегося в VII-VIII классах. При этом следует кратко напомнить учащимся смысл терминов «основное понятие», «определение», «аксиома», «теорема».

Понятие «ломаная» сводится к понятию объединения отрезков, из которых смежные не лежат на одной прямой и имеют общий конец. Следовательно, при определении ломаной применяются три геометрических понятия: отрезок прямая и точка. Определение понятия «отрезок» таково: отрезком называют множество, состоящее из двух различных точек и всех точек, лежащих между ними. Наконец, понятие «лежать между» определяется с помощью понятий «расстояние» и «точка»: точка X лежит между точками A и B, если эти три точки различны и $|AX| + |XB| = |AB|$. И так мы пришли к понятиям «точка», «прямая» и «расстояние». Эти понятия в курсе геометрии не сводят к другим понятиям.

Почему же нужно так поступить? Допустим для того, чтобы сформулировать определения понятия, которое в курсе геометрии помещено ранее всех остальных. Для этого нужно располагать уже известными геометрическими понятиями, а их еще нет. Итак, все без исключения понятия геометрии определить нельзя: некоторые из них приходится вводить без определения, в качестве остальных.

Учитель, конечно, должен знать, что рассмотренный способ определения понятия через ближайшее родовое понятие и видовое отличие не является единственно возможным. Применяются и так называемые «генетические определения», когда указывается способ получения новой фигуры с помощью некоторых операций над известными фигурами(например, определение шара, как фигуры, образованным вращение полукруга вокруг его диаметра). Иногда говорится и о «косвенном определении» основных понятий через аксиомы. Например, плоскость – это фигура, обладающая свойствами, перечисленными в аксиомах 1-5 [29, с. 3]. Затем учитель сообщает, что в курсе стереометрии, кроме понятий «точка», «прямая», «расстояние», вводится еще одно основное понятие «плоскость». Учащиеся должны усвоить способы обозначения и изображения плоскости, понять, что принадлежность точки плоскости является отношением принадлежности элемента множеству.

Одним из критериев уровня логического развития учащихся можно считать правильное употребление ими терминов «аксиома», «теорема», «определение». Не следует употреблять таких неточных оборотов, как «определение теоремы» (вместо «формулировка теоремы») или употреблять слово «правило» вместо «определение».

Полезно упомянуть об аксиомах, теоремах, определениях, применяемых в арифметике и алгебре, иначе у части учащихся может возникнуть ошибочное мнение, будто дедуктивный прием изложения материала присущ только геометрии.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Первичные понятия стереометрии

В планиметрии изучались свойства плоских фигур (треугольника, параллелограмма, трапеции, круга и др.). Раздел геометрии в котором изучаются свойства плоских фигур, т.е. таких фигур, не все точки которых принадлежат одной и той же плоскости, называют *стереометрией*. Слово «стереометрия» составлено из двух греческих слов: «стереос» - телесный, пространственный, и «метрео» - измеряю. Она излагается точно также как и планиметрия.

Перечисляются первичные(неопределяемые) понятия стереометрии.

Формулируются аксиомы стереометрии – первоначальные свойства неопределяемых понятий, принимаемые без доказательства.

С опорой на первичные понятия и аксиомы вводятся новые понятия, формулируются и доказываются теоремы стереометрии.

Возведенная таким образом логически безупречная система понятий, аксиом и вытекающих из них теорем составляет содержание стереометрии. Развитие ее на такой основе не ограниченно.

В изучаемом курсе стереометрии вводятся четыре первичных понятия: точка, прямая, плоскость, расстояние от точки до точки. Хотя эти понятия и не определяются, можно достаточно четко представить себе пространственные модели точки, прямой и плоскости. Например, представление о плоскости дает хорошо отполированная верхняя поверхность стола, мысленно продолжая во всех направлениях. Расстояние же между двумя точками – величина. Если выбрать единицу измерения, то каждым двум различным точкам можно поставить в соответствие положительное число – расстояние между ними. Если точки эти совпадают, то расстояние между ними принимается равным нулю. Одно и тоже расстояние между двумя точками может выражаться разными числами, например числом 2 при единице измерения 1 метр, числом 20 при единице измерения 1 дм, числом 200 при единице измерения 1 см.

Плоскость не имеет границ. На рисунках изображают ее часть в виде параллелограмма либо в виде произвольной фигуры, ограниченной кривой замкнутой линией. Обычно плоскости обозначают строчными буквами греческого алфавита: α, β, γ и др.

Реальные физические предметы являются моделями не плоских фигур, все они имеют три измерения. Поэтому изучение стереометрии имеет важное значение как для осознания и изучения реального мира, частью которого мы являемся, так и для практики изготовления новых приборов и инструментов, построения новых объектов и сооружений .

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Задачи, иллюстрирующие прием обобщения

Задача 1:

1) В ΔABC на стороне AC взята точка M, через которую проведены прямые, параллельные сторонам AB и BC. Найти площадь ΔABC, если $S_{\Delta AMK} = S_1$, $S_{\Delta MLC} = S_2$ ($K \in AB, L \in BC$) [9].

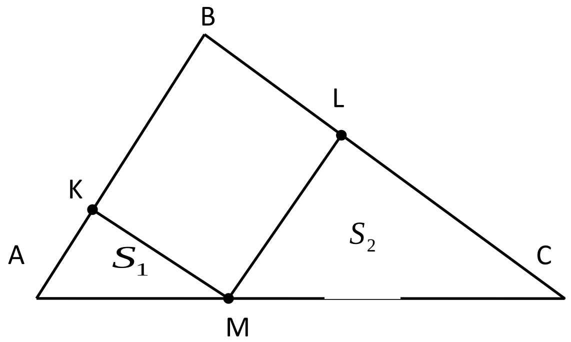


Рис. 2

Решение:

1. $\Delta AMK \infty \Delta ABC$ (по 2 углам);

$\Delta CML \infty \Delta ABC$ (по 2 углам);

$\Delta AMK \infty \Delta CML$ (по 2 углам);

2. Пусть $AM = x, MC = y$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{x^2}{y^2}; \frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = \frac{(x+y)^2}{x^2};$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2};;$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = 1 + 2 \cdot \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2};$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = 1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} + \frac{S_2}{S_1};$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = S_1 + 2\sqrt{S_1 S_2} + S_2\ ;$$

$$S_{\Delta ABC} = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$$

2) Изменим условие задачи: при этих же данных найти S_{KMLB}.

Решение: $S_{KMLB} = S_{\Delta ABC} - S_1 - S_2 = S_1 + 2\sqrt{S_1 S_2} + S_2 - S_1 - S_2 = 2\sqrt{S_1 S_2}$.

3) Изменим условие еще раз. Через точку M, взятую внутри треугольника, проведены прямые, параллельные его сторонам. Они разбивают треугольник на шесть частей, среди которых есть три треугольника с площадями S_1, S_2, S_3. Найдите площадь исходного треугольника [9].

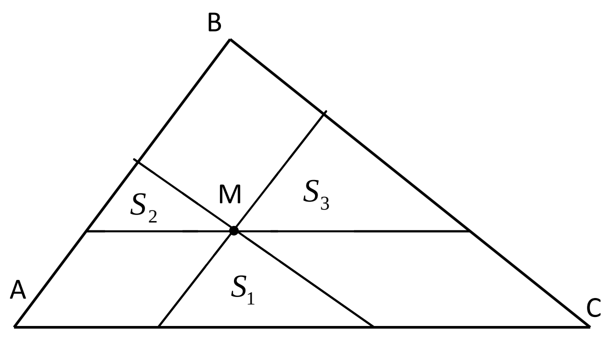


Рис. 3

Решение: *(1 способ)*

1. Пусть длины отрезков на стороне AC обозначим x, y, z .
2. Из подобия треугольников получаем:

Решение: *(2 способ)*

Пусть $S_{\Delta ABC} = S$,

$$k_1 = \frac{x}{x+y+z} = \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}};\ k_2 = \frac{y}{x+y+z} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}};$$

$$k_3 = \frac{z}{x+y+z} = \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}};\ k_1 + k_2 + k_3 = 1;$$

$$\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} + \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} + \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = 1;$$

$$(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2 = S.$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{x^2}{y^2}; \frac{S_3}{S_1} = \frac{z^2}{x^2}; \frac{S_3}{S_1} = \frac{z^2}{y^2};$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = \frac{(x+y+z)^2}{y^2}$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = \frac{(x+y)^2 + 2z(x+y) + z^2}{y^2};$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 + 2zx + 2yz + z^2}{y^2}$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = \frac{x^2}{y^2} + 2\cdot\frac{x}{y} + 1 + 2\cdot\frac{z}{y}\cdot\frac{x}{y} + 2\cdot\frac{z}{y} + \frac{x^2}{y^2};$$

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_1} = \frac{S_2}{S_1} + 2\cdot\sqrt{\frac{S_2}{S_1}} + 1 + 2\cdot\sqrt{\frac{S_3}{S_1}\cdot\frac{S_2}{S_1}} + {} + 2\cdot\sqrt{\frac{S_3}{S_1}} + \frac{S_3}{S_1};$$

$$S_{\Delta ABC} = S_2 + 2\sqrt{S_1S_2} + S_1 + 2\sqrt{S_3S_2} + {} + 2\sqrt{S_1S_3} + S_3,$$

$$S_{\Delta ABC} = (\sqrt{S_2})^2 + 2\sqrt{S_1}\cdot\sqrt{S_2} + (\sqrt{S_1})^2 + {} + (\sqrt{S_2} + \sqrt{S_1})^2 + 2\cdot\sqrt{S_3}\cdot(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}) + {} + (\sqrt{S_3})^2;$$

$$S_{\Delta ABC} = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$$

4) Условие задачи можно изменить еще раз.

Из точки, расположенной на стороне треугольника, проведены прямые, которые параллельны двум его другим сторонам. Эти прямые разделили треугольник на два треугольника и один параллелограмм. Площадь одного из треугольников равна P, а площадь параллелограмма равна Q. Найдите площадь исходного треугольника [33].

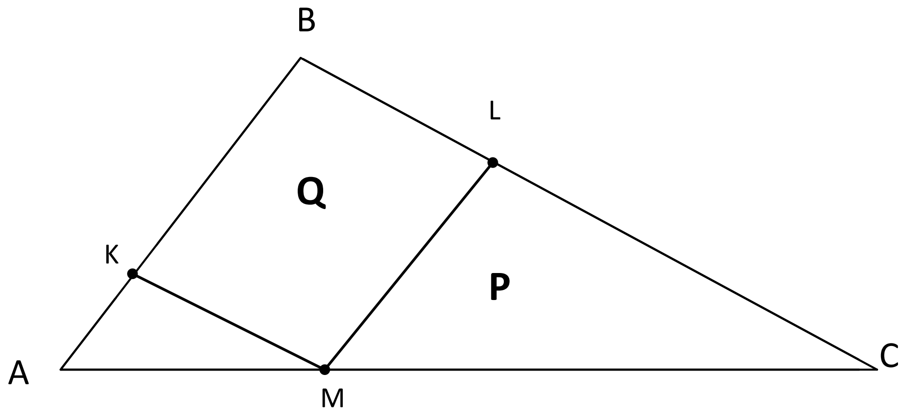


Рис. 4

Задача 2: На продолжении медиан AK, BE, CM ΔABC взяты точки P, Q, R так, что $KP = \frac{1}{2}AK, EQ = \frac{1}{2}BE, MR = \frac{1}{2}CM$. Найти $S_{\Delta PQR}$, если $S_{\Delta ABC} = 1$ [31].

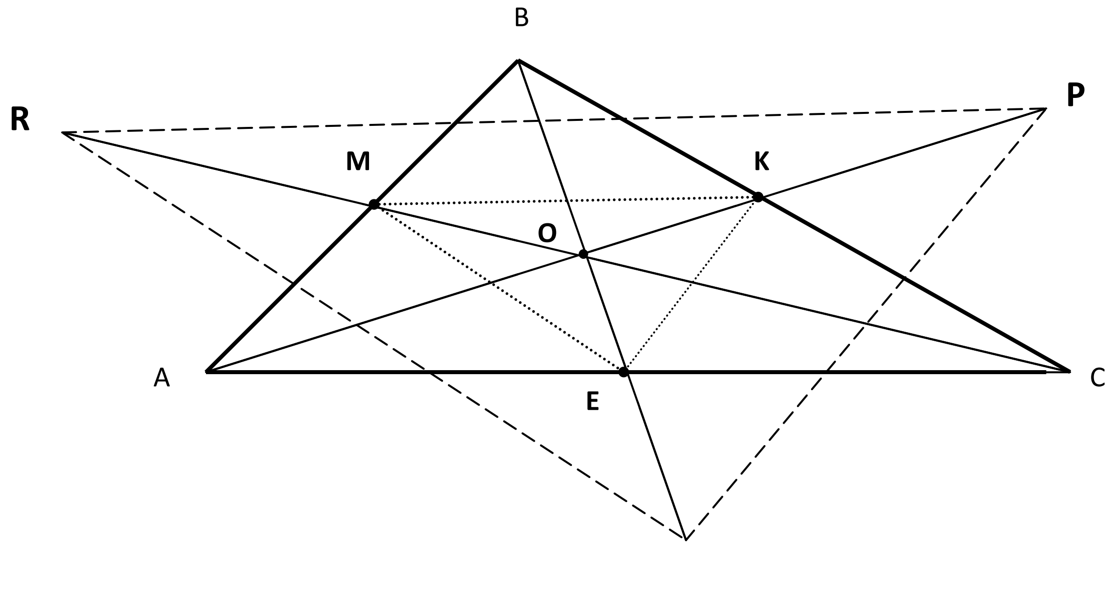


Рис. 5

1. $\Delta MOK, \Delta ROP$:

$\frac{RO}{MO} = \frac{(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})MC}{\frac{1}{3}MC} = \frac{5}{6}\cdot\frac{3}{1} = \frac{5}{2}$; $\frac{PO}{KO} = \frac{(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})AK}{\frac{1}{3}AK} = \frac{5}{2}$; $\angle O$ - общий, значит,

$\Delta ROP \backsim \Delta MOK$ (по двум сторонам и углу между ними).

Так как треугольники подобны, то $\angle OMK = \angle ORP$ - соответственные при прямых MK, RP и секущей RO, то $MK \| RP$.

2. Аналогично: $\Delta QOP \backsim \Delta EOP$, $\Delta ROQ \backsim \Delta MOE$, значит, $EK \| QP$; $ME \| RQ$.

3. Получаем: $\frac{RO}{MO} = \frac{QO}{EO} = \frac{PO}{OK} = \frac{5}{2}$, $k = \frac{5}{2}$.

4. $\Delta ROP, \Delta AOC$:

$\frac{RO}{OC} = \frac{PO}{AO} = \frac{(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})MC}{\frac{2}{3}MC} = \frac{5}{6}\cdot\frac{3}{2} = \frac{5}{4}$, $k = \frac{5}{4}$; $\angle ROP = \angle AOC$ - вертикальные,

значит,

$\Delta ROP \backsim \Delta AOC$ (по двум сторонам и углу между ними).

Аналогично: $\Delta QOP \backsim \Delta AOB$, $\Delta ROQ \backsim \Delta BOC$, значит, $\Delta RQP \backsim \Delta ABC$ (по трем сторонам).

5. $\frac{S_{\Delta RQP}}{S_{\Delta ABC}} = k^2$; $\frac{S_{\Delta RQP}}{S_{\Delta ABC}} = (\frac{5}{4})^2$, $S_{\Delta RQP} = \frac{25}{16}$